

Marco Romoli

**Appunti per
Complementi di Astronomia**

Versione del 6 maggio 2014

Corso di Laurea in Fisica e Astrofisica
Università degli Studi di Firenze
Anno accademico 2013-2014

Indice

1	Introduzione alla spettroscopia astronomica	5
1.1	Cosa si impara dallo studio degli spettri	6
1.2	Spettrometri ottici	8
1.3	Reticolo di diffrazione	9
1.3.1	Risoluzione angolare	10
1.3.2	Dispersione	11
1.3.3	Potere risolutivo	12
1.3.4	Intervallo spettrale libero	13
1.3.5	Angolo di <i>blaze</i>	13
1.3.6	Reticoli concavi	13
1.3.7	Reticoli a <i>Echelle</i>	16
1.4	Produzione dei reticoli	17
1.5	Spettrometri a reticolo di diffrazione	18
1.5.1	Progettare uno spettrometro	18
1.6	Grismi	19
1.6.1	Progettare un grisma	20
1.7	Bibliografia	21
2	Il telescopio riflettore	23
2.1	Introduzione	23
2.2	Breve richiamo di ottica geometrica	24
2.3	Telescopi a specchio singolo	26
2.4	Telescopi a due specchi	26
2.4.1	Il telescopio REOSC di 150 cm di Loiano (BO)	29
3	I rivelatori CCD	31
3.1	Introduzione	31
3.2	Principi di funzionamento dei CCD	31
3.2.1	Il condensatore MOS	32
3.2.2	Funzionamento di un condensatore MOS	32
3.2.3	Trasferimento della carica raccolta nel condensatore	34
3.3	Guida pratica alle osservazioni col CCD	35

4	L'analisi delle immagini	41
4.1	Premessa	41
4.2	Le immagini ausiliarie	42
4.2.1	Il flat field	44
4.2.2	Il processo di riduzione delle immagini	47
4.2.3	Il cielo	50
4.3	Immagini fotometriche	50
4.3.1	Valutazione del rumore fotometrico	50
4.3.2	Valutazione del rapporto segnale rumore	51
4.4	Immagini spettrali	54
4.5	Massimizzazione del rapporto segnale rumore	56
4.6	Frange e <i>superflat</i>	57
4.6.1	superflat	57
4.6.2	Correzione delle frange	58

Capitolo 1

Introduzione alla spettroscopia astronomica

All'inizio del XIX secolo gli astronomi iniziarono a misurare le parallassi trigonometriche delle stelle che rivelarono per la prima volta la reale dimensione dell'universo. Raggiungere le stelle per studiarne la loro natura era impossibile allora, come ora, e molti scienziati affermarono che la struttura mineralogica e la composizione delle stelle sarebbe rimasta per sempre un mistero.

Oggi la composizione delle stelle e della materia che compone l'universo è ben nota. Come ci siamo arrivati?

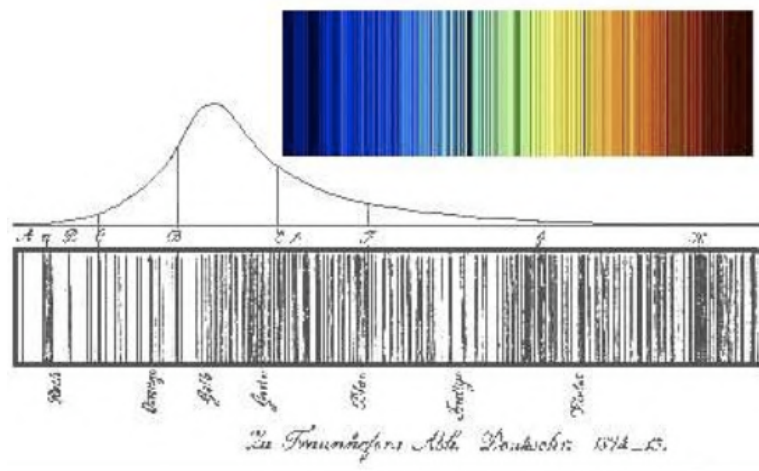


Figura 1.0.1: Osservazione di Fraunhofer dello spettro solare.

Il primo passo verso la soluzione del mistero fu intrapreso da Fraunhofer¹ che, nel 1814, usò un prisma di alta qualità ottica per disperdere la luce del Sole che passava da una stretta fenditura tra gli scuri della sua finestra del laboratorio e proiettarla sulla parete opposta. Oltre ai caratteristici colori dell'arcobaleno, che erano stati osservati fin dai tempi di Newton, egli vide molte righe scure (vedi Fig.1.0.1), che catalogò e che sono ancora oggi chiamate righe di Fraunhofer.

¹Joseph von Fraunhofer (1787–1826)

Con questa esperienza Fraunhofer fu il primo a osservare uno spettro astronomico, ma anche il primo a osservare uno spettro a alta risoluzione e a risolvere le righe di transizione di elementi chimici.

Fraunhofer non poteva sapere chi produceva le righe oscure osservate, tuttavia, osservando anche lo spettro prodotto da un'altra stella, Betelgeuse (α -Ori), che aveva una differente distribuzione delle righe scure, concluse correttamente che la maggior parte delle righe sono da mettere in relazione con la composizione dell'oggetto osservato².

Un passo avanti nella comprensione delle righe di Fraunhofer venne nel XIX secolo dagli esperimenti di Kirchhoff³ e Bunsen⁴. Essi studiarono l'emissione dei metalli bruciati su una fiamma e osservarono che in certi casi la lunghezza d'onda delle righe emesse da questi metalli coincideva con quella di alcune righe di Fraunhofer, come ad esempio, le righe D del sodio, che danno il caratteristico colore giallo all'illuminazione stradale. Questi esperimenti dimostrarono la corrispondenza tra le righe di Fraunhofer e la composizione chimica del Sole.

La comprensione della natura di queste righe dovette aspettare il XX secolo con la rivoluzione scientifica rappresentata dalla meccanica quantistica, il cui sviluppo è avvenuto in stretta relazione con la spettroscopia. Ed è attraverso la spettroscopia e la meccanica quantistica che sono stati scoperti molti dei segreti dell'Universo.

1.1 Cosa si impara dallo studio degli spettri

In pratica, tutte le informazioni relative agli oggetti astronomici al di fuori del sistema solare provengono dallo studio della radiazione elettromagnetica emessa da essi.

L'osservazione dello spettro elettromagnetico la si può classificare in base alla risoluzione spettrale con la quale viene eseguita l'indagine. Quando si osserva il cielo notturno a occhio nudo, la maggior parte degli oggetti appare di colore bianco. La luce bianca è in realtà luce composta da molte lunghezze d'onda che non viene risolta nei differenti colori.

Osservare gli oggetti in luce bianca ci dà la loro posizione nel cielo e può essere usata per costruire mappe di stelle e galassie. Può essere usata inoltre per seguire il moto degli oggetti nel cielo o per determinare la distribuzione luminosa degli oggetti estesi, come galassie e nebulose).

Se si guarda più attentamente, alcuni degli oggetti luminosi, come i pianeti Giove e Marte, o stelle come Betelgeuse, hanno una colorazione. Utilizzando uno strumento a bassa risoluzione spettrale (dell'ordine di 100 nm), detto *fotometro* è possibile separare la radiazione che arriva sulla Terra in ampie bande spettrali. Queste osservazioni permettono di ottenere informazioni sulla temperatura degli oggetti. Ad esempio, le stelle blu sono più calde di quelle rosse; gli oggetti che emettono raggi X, come la corona solare, sono molto caldi (milioni di gradi), mentre oggetti freddi emettono solo a lunghezze d'onda molto lunghe come le onde radio.

L'informazione più dettagliata sugli oggetti astrofisici si ricava soltanto con studi spettrali a alta risoluzione ($< 1\text{nm}$), attraverso i quali si possono rivelare strutture spettroscopiche dettagliate all'interno di regioni a banda larga. Con risoluzioni spettrali inferiori alle frazioni di nm si possono ricavare non solo la lunghezza d'onda centrale della riga spettrale, ma anche il suo profilo.

²Ad esempio, alcune delle righe di Fraunhofer sono dovute all'ossigeno molecolare nella nostra atmosfera, e per questo sono dette telluriche.

³Gustav Kirchhoff (1824–1887)

⁴Robert Bunsen (1811–1899)

Inoltre, l'interpretazione dello spettro richiede accurate conoscenze di fisica atomica e molecolare, spesso ricavabili solo con precisi studi sperimentali che consentono di ottenere i parametri fisici necessari per l'interpretazione di uno spettro.

Per ogni riga osservata in uno spettro astronomico, con l'ausilio dei dati di laboratorio è possibile estrarre le seguenti informazioni:

- La **composizione chimica** dell'oggetto osservato viene ricavata associando l'atomo (o ione o molecola) alla transizione osservata.
- La **temperatura** e altri parametri fisici possono essere dedotti associando le transizioni osservate ai livelli energetici dell'atomo. Le transizioni avvengono tra molti stati atomici differenti di un dato atomo. La conoscenza di quali sono i livelli energetici coinvolti da un'informazione diretta sul grado di eccitazione del sistema, che, a sua volta, può essere usato per determinare le condizioni fisiche della materia che compone l'oggetto osservato, quali la temperatura e la densità.
- L'**abbondanza** delle specie atomiche osservate può essere determinata solamente conoscendo la forza intrinseca della transizione atomica osservata. La forza della riga può essere determinata in laboratorio solo se le condizioni fisiche nelle quali si osserva la riga sono riproducibili in esso. In astronomia, la forza della riga è direttamente proporzionale al numero di atomi soggetti a quella transizione in particolari condizioni di profondità ottica (vedi dopo).
- I **moti** delle specie osservate o dell'intera regione osservata relativi al moto della Terra producono lo spostamento in lunghezza d'onda della riga, noto come effetto Doppler. L'effetto Doppler (non relativistico) è dato dalla formula:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

in cui v è la velocità della sorgente relativa all'osservatore (positiva in allontanamento), c è la velocità della luce nel vuoto, λ è la lunghezza d'onda di riposo della transizione e $\Delta\lambda$ è lo spostamento Doppler. Quando una sorgente si muove verso l'osservatore la riga si sposta a lunghezze d'onda più corte (*blue-shift*) e quando la sorgente si allontana dall'osservatore la riga si sposta a lunghezze d'onda maggiori (*red-shift*). I moti delle specie osservate (termici, turbolenze) producono spostamenti Doppler differenti lungo la linea di vista generando l'allargamento della riga stessa. Se prevalgono i moti termici l'allargamento della riga fornisce la temperatura cinetica della specie osservata.

- La **pressione** o equivalentemente la **densità** della regione della transizione osservata può essere determinata dal profilo della riga. Le righe spettrali sono allargate a causa delle collisioni, più sono frequenti e maggiore è l'allargamento. Le righe sono anche allargate, come visto sopra, per effetto Doppler a causa dei moti termici. La densità può essere ricavata utilizzando coppie di righe il cui rapporto di intensità è funzione della densità del mezzo.
- Il **campo magnetico** viene determinato osservando righe spettrali che, in presenza del campo, si separano in più componenti. Questo effetto è noto come effetto Zeeman. I livelli di energia di stati che posseggono momento angolare vengono separati dalla presenza del campo magnetico. Come risultato, una singola transizione viene moltiplicata in due o più transizioni. Il grado di separazione in lunghezza d'onda tra queste componenti dipende dalla forza del campo magnetico.

L'informazione ottenuta dalle osservazioni spettrali è quindi la chiave della conoscenza dell'universo. Tuttavia, per interpretare correttamente lo spettro servono informazioni sulle proprietà intrinseche degli spettri atomici. Per ogni atomo o molecola osservata occorre conoscere:

1. le righe spettrali emesse;
2. la struttura dei livelli energetici;
3. la forza dell'oscillatore per ogni transizione osservata;
4. la lunghezza d'onda di riposo di ogni riga osservata.

Informazioni aggiuntive servono per interpretare l'allargamento di pressione e la separazione delle righe per effetto Zeeman.

L'interpretazione dello spettro osservato richiede quindi una notevole conoscenza di meccanica quantistica.

1.2 Spettrometri ottici

I telescopi e i rivelatori che operano nella banda ottica dello spettro delle onde elettromagnetiche sono strumenti sensibili alla radiazione in un ampio intervallo di lunghezze d'onda, che copre spesso tutta la banda visibile e anche oltre. Lo spettro non può quindi essere osservato direttamente, ma solo tramite un dispositivo aggiuntivo, che costituisce un elemento della strumentazione di piano focale del telescopio, e che ha lo scopo di separare la radiazione nelle sue componenti in lunghezza d'onda prima del rivelatore. Questo dispositivo si chiama **spettrometro**⁵.

Ci sono due principi ottici che sono utilizzati per separare la radiazione nelle sue componenti spettrali⁶: l'interferenza e la rifrazione. Sull'interferenza sono basati gli spettrometri a reticolo di diffrazione, a filtro interferenziale e gli interferometri. Sulla rifrazione sono basati gli spettrometri a prisma.

Il **potere risolutivo** di uno spettrometro è definito:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\nu}{\Delta\nu} \quad (1.1)$$

dove λ (ν) è la lunghezza d'onda (frequenza) operativa e $\Delta\lambda$ ($\Delta\nu$) è il più piccolo intervallo di lunghezza d'onda (frequenza) che può essere risolto. Con questa definizione la fotometria ha un potere risolutivo minore di 100, mentre la spettroscopia ha potere risolutivo maggiore di 100. Questa è una suddivisione arbitraria, che ha naturalmente le sue eccezioni, per esempio, lo studio del Sole mediante un filtro H α è un'applicazione fotometrica, malgrado il potere risolutivo del filtro sia circa 10000, mentre identificare un quasar con un prisma obiettivo di potere risolutivo di circa 50 viene classificata come spettroscopia.

Gli spettrometri astronomici moderni utilizzano gli effetti interferenziali per produrre gli spettri, mediante dispositivi come i **reticolo di diffrazione**, il **filtro di Fabry-Pérot** e l'**interferometro a trasformata di Fourier**.

⁵Preferisco utilizzare questo termine, che significa *misuratore di spettro*, piuttosto che spettroscopio, che è riservato agli strumenti visuali, oppure spettrografo, che è utilizzato per ottenere fotografie.

⁶Si ricorda che l'uso di un insieme di filtri a banda relativamente larga (10-100 nm) per isolare particolari regioni dello spettro di un oggetto astronomico, prende il nome di **Fotometria**.

Un secondo metodo per ottenere gli spettri si basa sulla rifrazione differenziale, ed è costituito dallo spettrometro a prisma, che non sarà trattato in queste dispense, mentre verrà menzionato uno strumento ibrido come lo spettrometro a grisma, perché è il tipo di spettrometro utilizzato nello strumento dell'Osservatorio di Loiano.

1.3 Reticolo di diffrazione

L'effetto di un reticolo di diffrazione è oggi familiare a tutti grazie ai colori dell'arcobaleno prodotti nella luce riflessa da un compact disc. Questi, come il reticolo di diffrazione, sono costituiti da numerose aperture molto ravvicinate e regolari; i colori risultano dall'interferenza costruttiva e distruttiva tra la luce riflessa dalle differenti aperture. Sebbene il reticolo contenga un numero molto grande di aperture, il principio di funzionamento è basato sugli effetti interferenziali prodotti da due aperture.

La maggior parte dei reticoli di diffrazione lavorano in riflessione, ma il principio si applica identicamente ai reticoli di diffrazione in trasmissione.

Consideriamo la diffrazione di Fraunhofer (campo lontano) prodotta da due fenditure parallele separate da una distanza d illuminate da un'onda piana monocromatica di lunghezza d'onda λ incidente con un angolo d'incidenza β sulla superficie delle fenditure (vedi Fig.1.3.1).

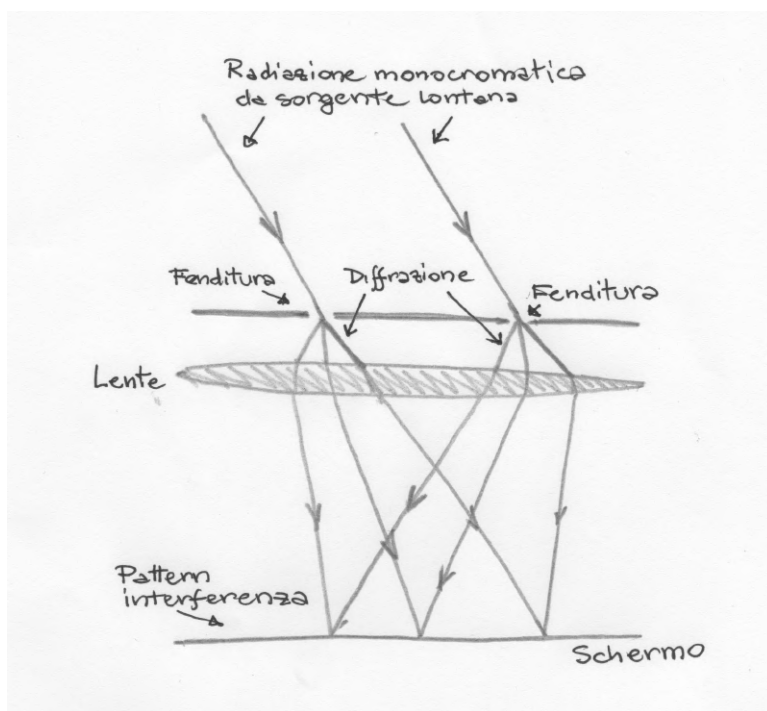


Figura 1.3.1: Schema ottico della diffrazione e interferenza della luce attraverso due fenditure nell'ipotesi di campo lontano di Fraunhofer.

La differenza di cammino Δp (Fig.1.3.2) dei raggi uscenti dalle due fenditure, separate da una distanza d , con un angolo θ è:

$$\Delta p = d \cdot \sin\theta + d \cdot \sin\beta \quad (1.2)$$

con la convenzione che gli angoli sono misurati in senso anti-orario dalla normale al piano delle fenditure.

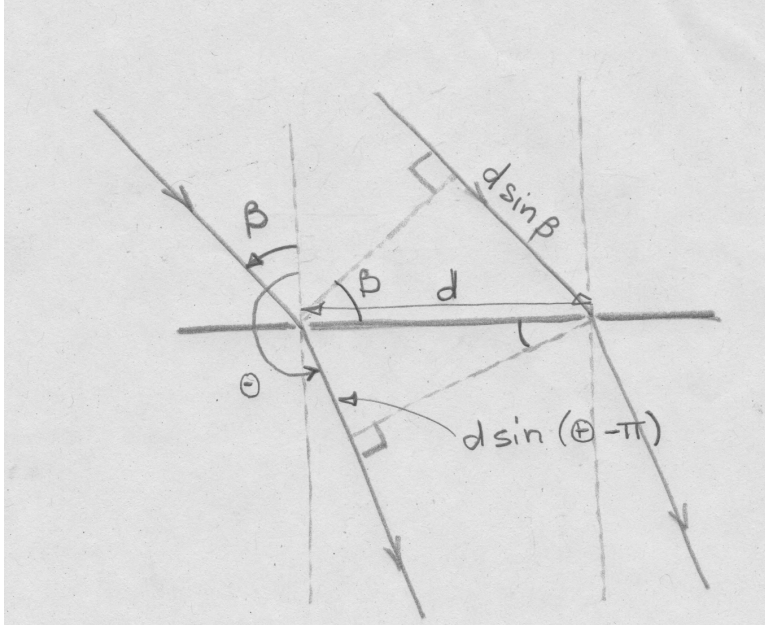


Figura 1.3.2: Differenza di cammino nell'interferenza della luce attraverso due fenditure.

Si ha interferenza costruttiva per angoli θ per i quali la differenza di cammino tra i due raggi è un multiplo intero della lunghezza d'onda:

$$d (\sin\theta + \sin\beta) = m\lambda \quad (1.3)$$

Questa relazione è valida in generale per un numero qualunque di fenditure parallele e equidistanti e viene detta **equazione del reticolo**. La distanza d è detta **passo del reticolo**, che viene anche espresso più comunemente tramite il suo reciproco, in numero di fenditure per unità di lunghezza (righe/mm).

La posizione dei massimi di interferenza dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione.

Questo semplice approccio fornisce solo le direzioni dove si ha interferenza costruttiva, ma non consente di ottenere il profilo di intensità del pattern interferenziale. Per far questo occorre schematizzare matematicamente il processo di diffrazione e conseguente interferenza. Questa operazione verrà descritta nel capitolo sull'ottica di Fourier, e, in questo contesto, verrà fornito solo il risultato ottenuto.

1.3.1 Risoluzione angolare

La trattazione fin qui fatta, quasi qualitativa, viene resa quantitativa calcolando il pattern di interferenza prodotto dalle aperture del reticolo di diffrazione. Per far questo conviene trattare in modo separato l'interferenza prodotta da una fenditura di larghezza D (matematicamente rappresentabile con la funzione

rect ⁷) e da una successione di fenditure equispaziate (d) e infinitamente strette (funzione pettine di Dirac⁸ III). Il reticolo di diffrazione si ottiene matematicamente convolvendo le due funzioni: $\text{III}(x) * \text{rect}(x)$. Il pattern interferenziale del reticolo si ottiene, come vedremo, moltiplicando i profili interferenziali delle due funzioni. Il profilo di intensità in funzione dell'angolo θ di diffrazione (si assume che l'angolo di incidenza dell'onda piana sul reticolo sia $\beta = 0$, in caso contrario occorre sostituire $\sin \theta$ con $(\sin \theta + \sin \beta)$) è:

$$I(\theta) = I(0) \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{N \pi d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)} \quad (1.4)$$

dove il primo termine fratto è relativo alla diffrazione da un'apertura e il secondo alla diffrazione da parte di un numero N di oscillatori (fenditure infinitamente strette). Il secondo termine dà la posizione e la larghezza delle frange principali di interferenza, mentre il primo termine rappresenta la modulazione del pattern di interferenza da parte del pattern di singola apertura. Poiché N è un intero più grande dell'unità, numeratore e denominatore del termine di interferenza tendono a 0 quando $d \sin \theta$ tende a un multiplo intero della lunghezza d'onda. Il termine interferenziale tende comunque al valore N^2 . Queste posizioni corrispondono ai massimi primari, che sono forniti dalla semplice formula del reticolo (Eq.1.3). I minimi del profilo si hanno quando solo il numeratore del termine interferenziale va a zero. Ci sono $N - 1$ zeri tra due massimi primari. Per un massimo primario di ordine m posto a:

$$\theta = \arcsin \left(\frac{m\lambda}{d} \right) \quad (1.5)$$

i primi zeri si hanno nelle posizioni angolari:

$$\theta \pm \Delta\theta = \arcsin \left(\frac{(Nm \pm 1)\lambda}{Nd} \right) \quad (1.6)$$

La larghezza angolare di un massimo primario è perciò $2\Delta\theta$ e è data da:

$$W = 2\Delta\theta \approx \frac{2\lambda}{Ns \cos \theta}. \quad (1.7)$$

Per il criterio di Rayleigh⁹ (vedi figura 1.3.3) la risoluzione angolare di un reticolo di diffrazione è dato da:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Ns \cos \theta}. \quad (1.8)$$

1.3.2 Dispersione

La **dispersione angolare** di uno spettro indica come varia la lunghezza d'onda con la posizione angolare e si ottiene differenziando rispetto all'angolo di diffrazione θ l'eq.1.3.

⁷La funzione rettangolo è definita $\text{rect}(x) = 1$ per $|x| \leq D/2$ e $\text{rect}(x) = 0$ per $|x| > D/2$.

⁸La funzione pettine di Dirac è definita:

$$\text{III}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n)$$

. Per limitare ad un numero finito le fenditure basta cambiare gli estremi di integrazione.

⁹**Criterio di Rayleigh:** Due punti sorgente si considerano risolti quando il massimo principale di diffrazione di una immagine coincide col primo minimo dell'altra.

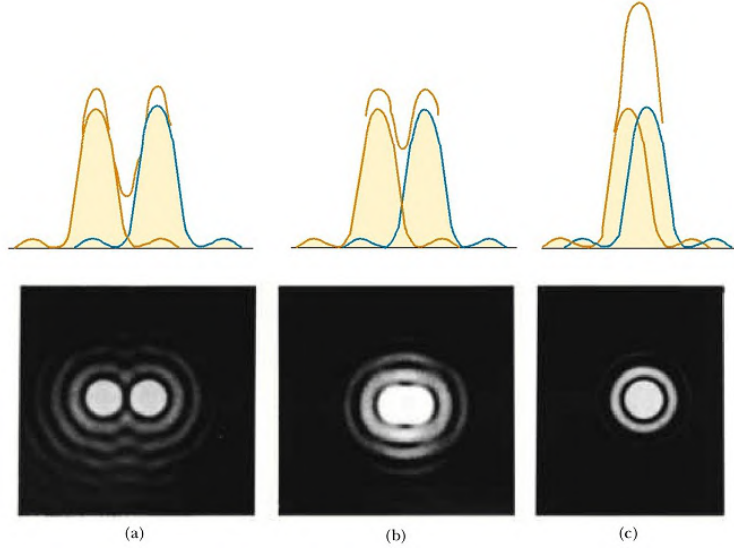


Figura 1.3.3: Criterio di Rayleigh per due sorgenti. (a) Sorgenti risolte. (b) Limite di risoluzione di Rayleigh. (c) Sorgenti non risolte.

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = \frac{d \cos \theta}{m} \quad (1.9)$$

Poiché θ è generalmente piccolo, la dispersione lungo lo spettro prodotto da un reticolo di diffrazione è costante ($\cos \theta \approx 1$), e dipende dal passo del reticolo e dall'ordine di diffrazione.

In particolare, l'ampiezza angolare di uno spettro è proporzionale all'ordine di diffrazione.

È possibile anche definire la **dispersione lineare** sul piano focale dello spettrometro utilizzando la lunghezza focale f dell'ottica di focalizzazione dello spettrometro.

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d \cos \theta}{mf} \quad (1.10)$$

1.3.3 Potere risolutivo

Il potere risolutivo è definito in eq.1.1. Per un reticolo di diffrazione il potere risolutivo si calcola combinando l'eq.1.8 con l'eq.1.9 per trovare $\Delta\lambda$.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad (1.11)$$

Il potere risolutivo di un reticolo di diffrazione dipende solamente dall'ordine di diffrazione e dal numero di fenditure del reticolo. Tipici valori di potere risolutivo per spettrometri a reticolo utilizzati nei grandi telescopi sono nella regione da 10000 a 20000. L'ordine dello spettro è prevalentemente 1 o 2.

Per un reticolo a echelle (vedi dopo) usato all'ordine 100, la risoluzione può anche raggiungere valori di 10^5 o maggiori.

1.3.4 Intervallo spettrale libero

A causa della molteplicità degli ordini di diffrazione, si può avere la sovrapposizione di diverse lunghezze d'onda sullo stesso angolo di diffrazione θ . La differenza in lunghezza d'onda tra due lunghezze d'onda di ordini adiacenti si chiama **intervallo spettrale libero**, Σ . Se λ_1 e λ_2 sono le lunghezze d'onda sovrapposte si ha dall'eq.1.5 e per piccoli valori di θ :

$$m\lambda_2/d = (m+1)\lambda_1/d \quad (1.12)$$

$$\Sigma = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_2/m \quad (1.13)$$

Per spettrometri operanti a bassi ordini spettrali l'intervallo spettrale libero è ampio e ogni sovrapposizione può essere risolta con l'uso di filtri passabanda. Per elevati ordini spettrali, tuttavia, Σ può ridursi a pochi nanometri. La sovrapposizione può essere risolta con un secondo spettrometro il cui piano di dispersione è perpendicolare al primo. Questa soluzione è chiamata dispersione incrociata e viene usata negli spettrometri a echelle e nei filtri interferenziali di Fabry-Pérot.

1.3.5 Angolo di *blaze*

Per semplicità sono state ricavate le equazioni del reticolo schematizzandolo con le aperture. L'uso di aperture è lo schema semplice di un reticolo in trasmissione. In pratica la maggior parte dei reticoli usano specchi al posto delle aperture e lavorano quindi in riflessione. L'analisi finora fatta si applica anche ai reticoli a riflessione. Ci sono due motivi per i quali si preferisce il reticolo in riflessione rispetto a quello in trasmissione. Il primo è che i reticoli a riflessione sono più facili da costruire. Il secondo è che possono essere *blazed*.

Il maggiore svantaggio di un reticolo di diffrazione è quello di suddividere la radiazione incidente in molti ordini di diffrazione: 0, ± 1 , ± 2 , etc.. Questo significa che all'interno di un singolo spettro va spesso meno del 10% della radiazione. Poiché l'intensità dei massimi primari è modulata dal profilo di diffrazione della singola apertura, il massimo dell'intensità si concentra sull'ordine 0, che è privo di dispersione. La soluzione che viene applicata ai reticoli in riflessione è quella di inclinare le singole aperture-specchi come mostrato in figura 1.3.4. Questo viene chiamato *blazing* del reticolo e può servire a concentrare fino al 90% della radiazione incidente nello spettro desiderato.

1.3.6 Reticoli concavi

Tutti i reticoli per ora considerati sono reticoli piani. Per funzionare in uno spettrometro essi devono quindi avere ottiche ausiliarie per collimare la radiazione su di essi e per rifocalizzarla sul piano focale (Fig.1.3.5). Queste ottiche diminuiscono l'efficienza dello spettrometro e possono diffondere la luce o, se lenti, introdurre aberrazioni cromatiche.

L'alternativa è utilizzare reticoli con superfici curve, di solito sferiche, ma possono essere anche toriche, ad esempio, in modo da minimizzare le perdite. La scelta di questo tipo di reticoli è piuttosto importante nel caso si lavori a lunghezze d'onda, come l'UV da vuoto (100 - 250 nm), dove le efficienze di riflessione dei materiali sono ridotte.

Due esempi di questo tipo di spettrometri sono mostrati nelle figure 1.3.6 e 1.3.7, ma la loro descrizione esula dallo scopo di questo corso.

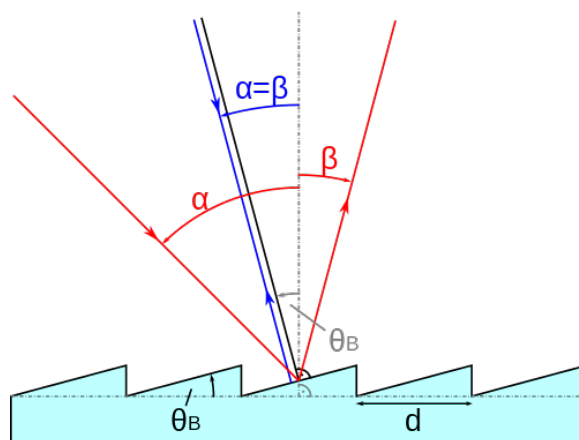


Figura 1.3.4: Reticolo di diffrazione con *blazing*. L'inclinazione dello specchio viene scelta in modo da privilegiare la riflessione del reticolo nella direzione corrispondente al centro dello spettro nell'ordine prescelto.

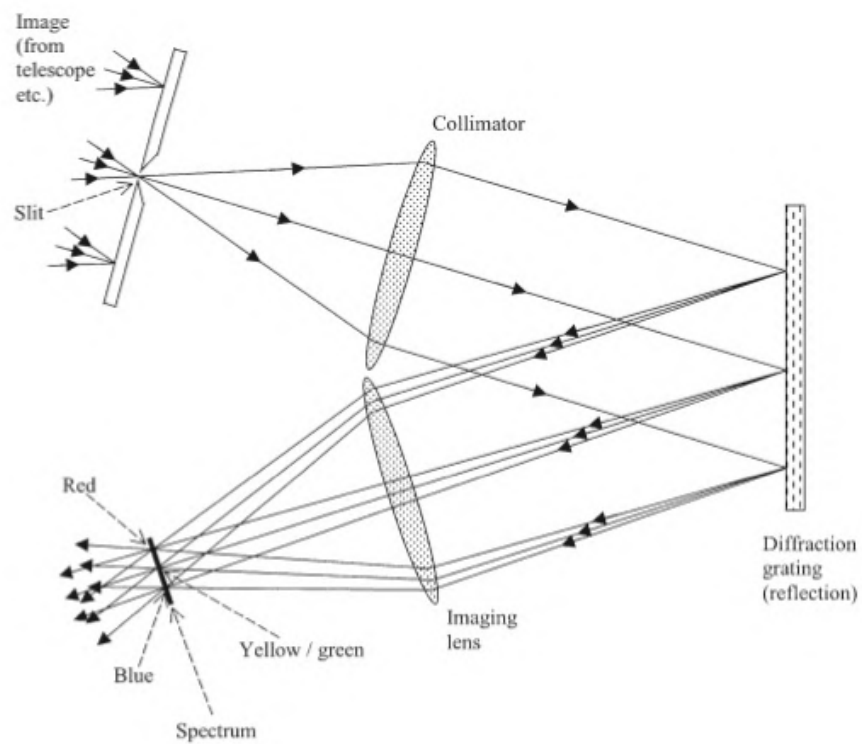


Figura 1.3.5: Schema ottico base per uno spettrometro a riflessione con reticolo piano.

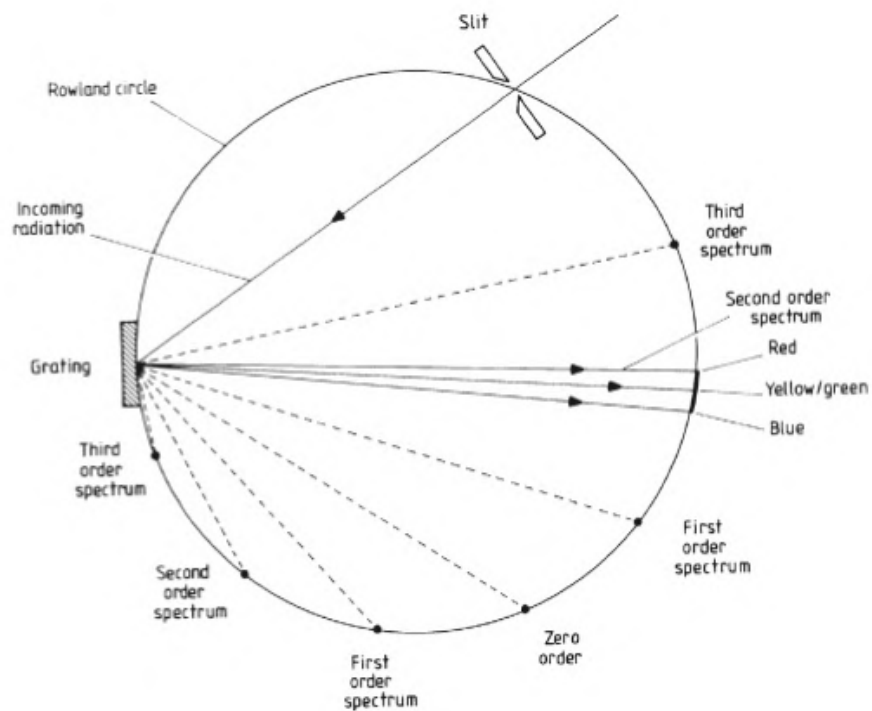


Figura 1.3.6: Schema ottico di uno spettrometro a reticolo concavo a cerchio di Rowland. Il raggio di curvatura del reticolo è uguale al diametro del cerchio di Rowland. Fenditura d'ingresso e piano focale si trovano sul cerchio.

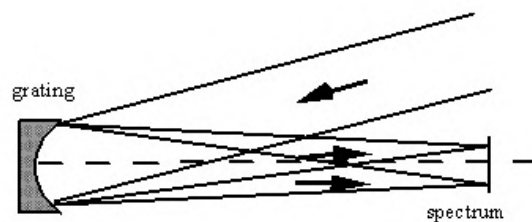


Figura 1.3.7: Schema ottico di uno spettrometro Wadsworth a reticolo concavo. La radiazione d'ingresso deve essere collimata da un collimatore dopo la fenditura d'ingresso.

1.3.7 Reticoli a *Echelle*

Il potere risolutivo dipende dall'ordine m dello spettro (eq.1.1). Un'alternativa ad aumentare il numero di fenditure per migliorare la risoluzione è quella di osservare spettri di ordine grande. Con un reticolo convenzionale, gli ordini grandi sono a grandi angoli dalla normale al reticolo, oppure non sono visibili. Un **reticolo a Echelle** è un reticolo che ha un angolo di *blaze* molto elevato e un passo ridotto e viene illuminato con un angolo di incidenza elevato, molto vicino alla normale alla superficie dei solchi (Fig. 1.3.8).

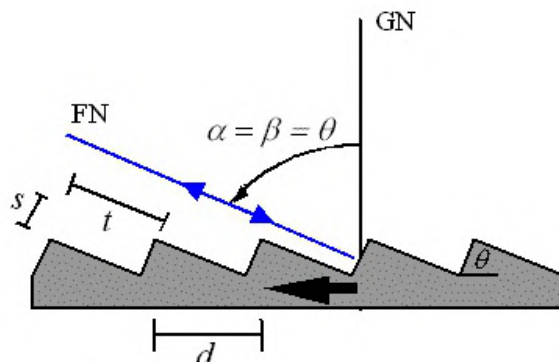


Figura 1.3.8: Reticolo a echelle.

Più il passo è grande più elevato è l'ordine a cui può operare, poiché la differenza di cammino tra raggi adiacenti è circa il doppio del passo, come si vede dalla figura 1.3.8. L'intervallo spettrale libero è molto piccolo e la dimensione dello spettro molto ridotta. L'immagine finale consiste quindi di molti spettri stretti sovrapposti l'uno con l'altro.

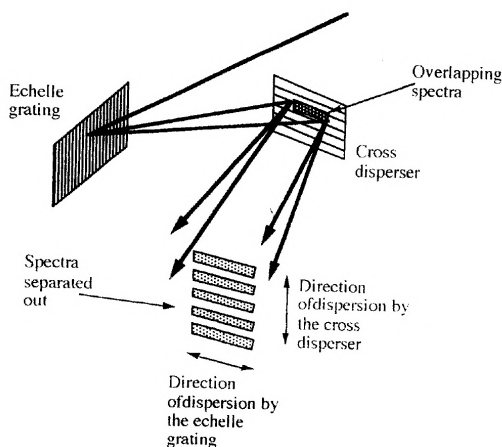


Figura 1.3.9: Schema di spettrometro a echelle con dispersore incrociato.

Questi vengono poi separati da un secondo dispersore che lavora perpendicolarmente alla direzione di

dispersione del reticolo a echelle, come si vede dalla figura 1.3.9. Questo secondo dispersore è chiamato *cross disperser* (dispersore incrociato) e può avere una dispersione inferiore a quella dell'echelle.

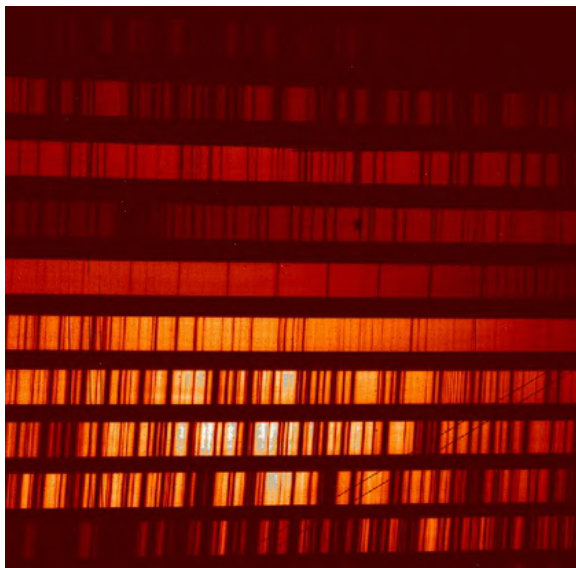


Figura 1.3.10: Esempio di spettro prodotto da uno spettrometro a echelle con dispersore incrociato.

Lo spettro finale consiste in una matrice di spettri come mostrato nella figura 1.3.10.

1.4 Produzione dei reticoli

I reticoli di diffrazione vengono costruiti utilizzando due tecniche: meccanica e olografica. Tutti i reticoli oggi vengono realizzati replicandoli da una copia *master*. I reticoli originali vengono raramente utilizzati se non in applicazioni particolari. La replica viene ottenuta depositando uno strato di plastica o resina sul *master*, che viene poi staccata e incollata su un apposito substrato. Se il reticolo è a trasmissione viene incollata su un substrato trasparente; se il reticolo è in riflessione la replica viene poi alluminata. Si possono realizzare molte repliche da un originale in modo si riducono grandemente i costi di questi dispositivi. Il tracciamento meccanico dei reticoli è la tecnica più tradizionale, ma ancora oggi utilizzata, anche se più costosa, perchè permette di ottenere efficienze più elevate con il *blaze* del reticolo. La realizzazione meccanica del reticolo viene effettuata da macchine di precisione dove una punta di diamante traccia i solchi periodici su un substrato ottico in ambiente controllato. I reticoli in trasmissione vengono ottenuti tracciando dei solchi periodici su un vetro ottico. I reticoli in riflessione vengono ottenuti tracciando i solchi periodici su un substrato al quale poi verrà applicato un rivestimento riflettente (alluminio ad esempio). I diamanti vengono scelti opportunamente sagomati per produrre il profilo desiderato dell'incisione come ad esempio quello di *blaze*. Per tracciare un reticolo sono necessarie precisioni di posizionamento fino a 3 nm e parallelismi fino a 0.005, che sono ottenute con metodi interferometrici. Un difetto dei reticoli meccanici è quello della possibile generazione nello spettro di righe fittizie detti *ghosts* causati dall'introduzione anche locali di periodicità diverse nel tracciamento dei solchi da quelle specificate.

Un approccio completamente diverso alla produzione dei reticoli è quello olografico. Sono prodotti illuminando uno strato di fotoresist (materiale fotosensibile) depositato su un substrato ottico con una

coppia di fasci laser che producono un pattern di frange di interferenza lineari. Il fotoresist viene poi inciso per lasciare le tracce sul substrato ottico. Il profilo che si ottiene è generalmente sinusoidale, con eccellenti proprietà di diffusione e curve di efficienza piatte. Tuttavia un leggero *blaze* può essere introdotto mediante *ion etching* dei solchi. Questo procedimento però peggiora le qualità del reticolo in termini di luce diffusa.

1.5 Spettrometri a reticolo di diffrazione

Per produrre uno spettro, il reticolo di diffrazione deve usualmente essere combinato con molti altri componenti e questa composizione si chiama **spettrometro** (vedi schema base in fig.1.3.5). La maggior parte dei disegni di spettrometro includono in una forma o l'altra i seguenti componenti base:

Fenditura d'ingresso. Riduce la sovrapposizione di spettri adiacenti sul piano focale prodotti da zone diverse dell'immagine. Trasforma la direzione di dispersione sul piano immagine da spaziale a spettrale. In questo modo si perde una dimensione dell'immagine prodotta sulal fenditura.

Collimatore. Produce un fascio di luce collimato.

Dispersore. In questo caso un reticolo di diffrazione.

Sistema ottico di focalizzazione. Produce un'immagine dello spettro sul piano focale.

Rivelatore. Registra l'immagine spettrale.

1.5.1 Progettare uno spettrometro

La progettazione ottica di uno spettrometro deve rispettare i requisiti scientifici richiesti e i vincoli imposti dal telescopio col quale lo spettrometro si troverà a operare. A questo si aggiungeranno, naturalmente, i requisiti meccanici, elettrici e termici, quelli imposti dal rivelatore, che spesso sono vincolanti, e, non ultimo, i vincoli di budget economico.

Tre sono quindi i parametri ottici necessari per definire il progetto ottico dello spettrometro.

1. Rapporto focale F (o apertura numerica) del telescopio.
2. Risoluzione spettrale $\Delta\lambda$ richiesta.
3. Intervallo spettrale richiesto W_λ , individuato dalla lunghezza d'onda centrale λ_0 .

I parametri dello spettrometro da determinare sono: la focale del collimatore f_1 , la focale dell'ottica di focalizzazione f_2 , il passo del reticolo d , il potere risolutivo R , la dispersione angolare $d\lambda/d\theta$, e la dimensione del reticolo L .

Per fare un esempio quantitativo, si parta dai seguenti parametri: $F/8$, $\Delta\lambda = 0.1\text{nm}$, $W_\lambda = 100\text{ nm}$, centrata in $\lambda_0 = 650\text{ nm}$. Si vuole inoltre lavorare al primo ordine dello spettro.

Si vede intanto che per avere un intervallo spettrale di 100 nm con una risoluzione spettrale di 0.1 nm occorre campionare lo spettro almeno con una scala spettrale di 0.05 nm , per il teorema del campionamento di Nyquist. Occorre quindi un rivelatore con almeno 2000 pixels lungo la componente spettrale.

Il potere risolutivo dello spettrometro si ricava subito dall'eq.1.1:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = 6500. \quad (1.14)$$

Lavorando al primo ordine, si ricava che $N \geq 6500$.

Dalla formula del reticolo, supponendo di lavorare con angoli di incidenza e di diffrazione uguali tra loro e tipicamente dell'ordine di 15° si ricava il passo del reticolo:

$$d = \frac{m\lambda_0}{\sin\theta + \sin\beta} = \frac{650nm}{2\sin 15^\circ} = 1.25\mu m \quad (1.15)$$

che equivale a un reticolo di circa 800 righe/mm.

Da $N = 6500$ e il passo del reticolo si ricava che il reticolo deve essere almeno 8 mm nella direzione spettrale.

La dispersione angolare del reticolo è quindi determinata da:

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = \frac{d \cos\theta}{m} = 1250 \text{ nm} \cos 15^\circ \simeq 1200 \text{ nm/rad} \quad (1.16)$$

Supponiamo che il rivelatore a disposizione abbia pixel di dimensione $s = 20\mu m$, poiché la scala spettrale è stata definita 0.05 nm/pxl si può determinare la focale f_2 dell'ottica di focalizzazione.

$$sf_2 \frac{d\lambda}{f_2 d\theta} = 0.05 \text{ nm} \quad (1.17)$$

$$f_2 = s \frac{d\lambda}{d\theta} / 0.05 \text{ nm} = 480 \text{ mm} \quad (1.18)$$

Una regola importante per uno spettrometro è quella di avere un rapporto focale uguale a quello del telescopio. Un rapporto focale più piccolo significa un sovradimensionamento delle ottiche dello spettrometro che porterebbe ad aggiungere solo rumore. Un rapporto focale più grande invece significherebbe che lo spettrometro non sfrutta tutta l'apertura del telescopio, riducendo così l'efficienza del sistema.

Dalle dimensioni del reticolo si determinano quindi l'apertura del collimatore, $D = L/\cos\beta$ e dal rapporto focale anche la sua focale f_1 .

$$\frac{f_2}{D} = F \rightarrow f_2 \simeq 80mm \quad (1.19)$$

Lo spettrometro così disegnato avrà un ingrandimento $f_2/f_1 = 6$ e questo richiede una fenditura d'ingresso la cui immagine deve essere più piccola della dimensione del pixel.

1.6 Grismi

Per alcune applicazioni, come ad esempio uno spettrometro a visione diretta, è utile avere un elemento dispersore che permette di avere una visione in asse ad almeno una lunghezza d'onda. Questo può essere fatto replicando un reticolo in trasmissione sulla faccia "ipotenusa" di un prisma di vetro retto a sezione triangolare. La luce diffratta dal reticolo è deviata in asse dalla rifrazione del reticolo, come è mostrato in figura 1.6.1. Il dispositivo è chiamato prisma di Carpenter, ma più comunemente **grisma** (da *grating* che significa reticolo e *prism*).

La dispersione di un grisma è lievemente non lineare a causa degli effetti dispersivi non lineari del prisma.

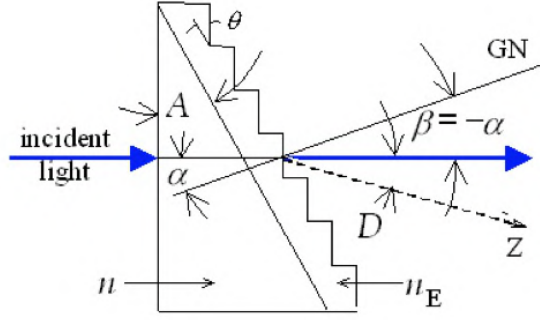


Figura 1.6.1: Schema ottico di funzionamento di un grisma. Cammino ottico di un raggio nella configurazione con lo spettro in asse. La luce incide normalmente alla faccia del prisma e viene rifratta nell'interfaccia tra prisma (di indice di rifrazione n) e la resina di cui è fatto il reticolo (indice di rifrazione n_E e quindi diffratta nell'interfaccia tra la resina e l'aria. GN - normale al reticolo, Z - ordine zero del prisma; A = angolo di apertura del prisma; D - angolo di deviazione tra Z e la direzione dell'asse ottico; θ - angolo di *blaze* del reticolo.

L'equazione del reticolo di diffrazione attraverso il grisma è:

$$m\lambda = d(n \sin \alpha + \sin \beta), \quad (1.20)$$

dove n è l'indice di rifrazione del vetro (si assume che l'indice n_E della resina sia uguale a quello del vetro). Per avere diffrazione in asse, gli angoli α e β devono avere segno opposto poiché si trovano su lati opposti alla normale al reticolo.

Per la trasmissione in asse dobbiamo avere:

$$\alpha = -\beta = \theta = A \quad (1.21)$$

dove A è l'angolo di rifrazione del prisma, da cui:

$$m\lambda = d(n - 1) \sin A \quad (1.22)$$

Quindi l'angolo di rifrazione A che procura diffrazione in asse è:

$$\sin A = \frac{m\lambda}{d(n - 1)} \quad (1.23)$$

L'ipotesi che $n_E = n$ per λ non è vera in molti casi, ma l'errore risultante è trascurabile.

1.6.1 Progettare un grisma

I grismi non si acquistano di solito da catalogo ma vengono costruiti riproducendo un reticolo sulla faccia di un prisma, secondo la ricetta del cliente. Occorre seguire i seguenti passi per progettare un grisma:

1. Selezionare il materiale per il prisma (tipicamente vetro BK-7 per il visibile o quarzo per l'UV).
2. Trovare l'indice di rifrazione del prisma per la lunghezza d'onda in asse.

3. Selezionare il passo del reticolo d per la dispersione richiesta. Determinare l'angolo di rifrazione del prisma con l'eq.1.23.
4. Per massimizzare l'efficienza nella λ scelta, selezionare il reticolo con l'angolo di blaze più vicino possibile all'angolo di rifrazione.
5. Se l'angolo A è noto, allora ricavare il passo del reticolo d dall'eq.1.23.

1.7 Bibliografia

Kitchin, C.R., *Optical Astronomical Spectroscopy*, Taylor & Francis (1995)
Kitchin, C.R., *Astrophysical Techniques*, 5th Ed., CRC Press (2009)

Capitolo 2

Il telescopio riflettore

2.1 Introduzione

Le funzioni base di un telescopio sono due: ingrandire l'angolo sotteso da un oggetto distante per poter distinguere i dettagli (occorre tenere bene a mente che l'ingrandimento è *angolare*, l'oggetto distante è sufficientemente grande. Il telescopio non è un microscopio!) e aumentare la quantità di luce che raggiunge il rivelatore. Queste due funzioni si ottengono aumentando i due parametri principali che caratterizzano un telescopio: la *lunghezza focale*, f , ovvero la distanza tra l'ottica¹ e il piano dove l'ottica fa convergere i raggi provenienti da un oggetto posto all'infinito, e l'*apertura*, D , ovvero il diametro della pupilla d'ingresso che in un telescopio spesso coincide con l'obiettivo o lo specchio primario. Le funzioni di ingrandimento angolare e di raccolta di radiazione sono fornite da un sistema ottico, combinazione di lenti e specchi, chiamato appunto telescopio. Una prima classificazione dei telescopi astronomici si fa in base alla natura delle componenti ottiche che costituiscono il telescopio. Si definiscono *diottrici* o *rifrattori* i telescopi costituiti da lenti; *catottrici* o *riflettori* i telescopi costituiti da specchi e *catadiottrici* i telescopi composti sia da lenti che da specchi. Il telescopio a riflessione e la strumentazione ad esso associata costituiscono oggi lo strumento principale dell'astronomo. La stagione dei rifrattori come strumenti per la ricerca astronomica ebbe inizio con Galileo Galilei nel 1609 ed è tramontata quando, all'inizio del XX secolo le tecniche di alluminatura degli specchi hanno fornito prodotti di alta riflettività e stabilità. Rifrattori con apertura maggiore di 1 m (diametro della lente obiettivo, Yerkes, Univ. Chicago) non sono stati mai costruiti per diverse ragioni. In primo luogo problemi meccanici: la luce deve passare attraverso la lente che deve essere sorretta lungo il bordo creando non pochi inconvenienti meccanici dovuti al peso della lente e alle distorsioni ottiche prodotte dalle deformazioni della lente. In secondo luogo, le lenti soffrono di aberrazione cromatica, che per essere corretta richiede l'uso di più lenti a scapito dell'efficienza in trasmissione dello strumento.

Il telescopio catadiottrico più utilizzato è la camera di Schmidt o Schmidt-Cassegrain, costituito da un telescopio riflettore accoppiato ad una lamina trasparente opportunamente sagomata per correggere le aberrazioni ottiche prodotte dal riflettore. Questo tipo di telescopi sono usati quando è necessario un ampio campo di vista (survey) o per i telescopi amatoriali di piccole dimensioni. La più grande camera di Schmidt è il telescopio Oschin di Mount Palomar, California (1.2 m).

¹In realtà la cosa è più complessa per un sistema ottico composto (vedi dispense Esperimentazioni IB).

In questo capitolo, dopo un breve ripasso di ottica geometrica relativa agli specchi, si vedranno quali sono le caratteristiche fondamentali di un telescopio a riflessione e quali sono le configurazioni base.

2.2 Breve richiamo di ottica geometrica

I telescopi, come quasi tutti i sistemi ottici più comuni, sono sistemi composti, cioè costituiti da due o più elementi ottici. Per poter comprendere le caratteristiche di questi sistemi ottici occorre conoscere le regole base dell'ottica geometrica che riguardano la riflessione della luce da una singola superficie. Una trattazione più approfondita dell'ottica geometrica è stata fatta nel corso di Esperimentazioni IB (vedi dispense del corso: Introduzione all'ottica geometrica e La formazione delle immagini), per cui in questo paragrafo si richiameranno solo alcuni concetti base dell'ottica geometrica al *primo ordine*, che permette un approccio semplificato e idealizzato di un sistema composto. L'ottica al primo ordine tratta raggi ed immagini che si trovano vicino all'asse ottico, nella cosiddetta regione parassiale. Questa approssimazione prende anche il nome di *approssimazione parassiale* o *approssimazione di Gauss*. La teoria prende il nome di teoria al primo ordine perché tutti gli angoli in gioco: inclinazione dei raggi rispetto all'asse ottico del sistema e angoli di incidenza, riflessione e rifrazione - sono piccoli, per cui nel tracciamento dei raggi tutte le funzioni trigonometriche si sviluppano in serie al primo ordine: $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$. Quando si prende in considerazione il secondo termine dello sviluppo si ha la teoria al terzo ordine nella quale si ricavano le cinque principali aberrazioni geometriche o di Seidel (aberrazione sferica, coma, astigmatismo, curvatura di campo e distorsione). In un sistema ottico parassiale i raggi uscenti da un punto sorgente convergono in un unico punto detto punto immagine, in tal caso l'immagine si dice *stigmatica*.

Definizioni e convenzioni: Nella Fig.2.2 AB è l'oggetto e $A'B'$ è l'immagine prodotta da uno specchio concavo. La superficie dello specchio ha simmetria di rotazione rispetto ad un asse detto *asse ottico* (nell'approssimazione parassiale la dimensione dello specchio deve essere molto minore del suo raggio di curvatura e ogni tipo di superficie di rivoluzione può essere assimilata a una superficie sferica). L'intersezione di quest'asse con la superficie si chiama *vertice*, V . Preso un sistema di riferimento cartesiano mostrato in Fig.2.2, con l'origine in V , p è la posizione in ascissa dell'oggetto; q è la posizione in ascissa dell'immagine; R è il raggio di curvatura della superficie; C è il centro di curvatura; f è la distanza focale; y_o è la dimensione dell'oggetto e y_i è la dimensione dell'immagine. Si dimostra facilmente che $f = R/2$.

Valgono le convenzioni elencate in Tab.2.2 con riferimento alla Fig.2.2.

Tabella 2.1: Convenzione sui segni per la formazione dell'immagine da parte di uno specchio

Grandezza	Segno	
	+	-
p	A sinistra di V , oggetto reale	A destra di V , oggetto virtuale
q	A sinistra di V , immagine reale	A destra di V , immagine virtuale
f	Specchio concavo	Specchio convesso
R	C a sinistra di V , concavo	C a destra di V , convesso
y_o	Sopra asse ottico, oggetto dritto	Sotto asse ottico, oggetto capovolto
y_i	Sopra asse ottico, immagine dritta	Sotto asse ottico, immagine capovolta

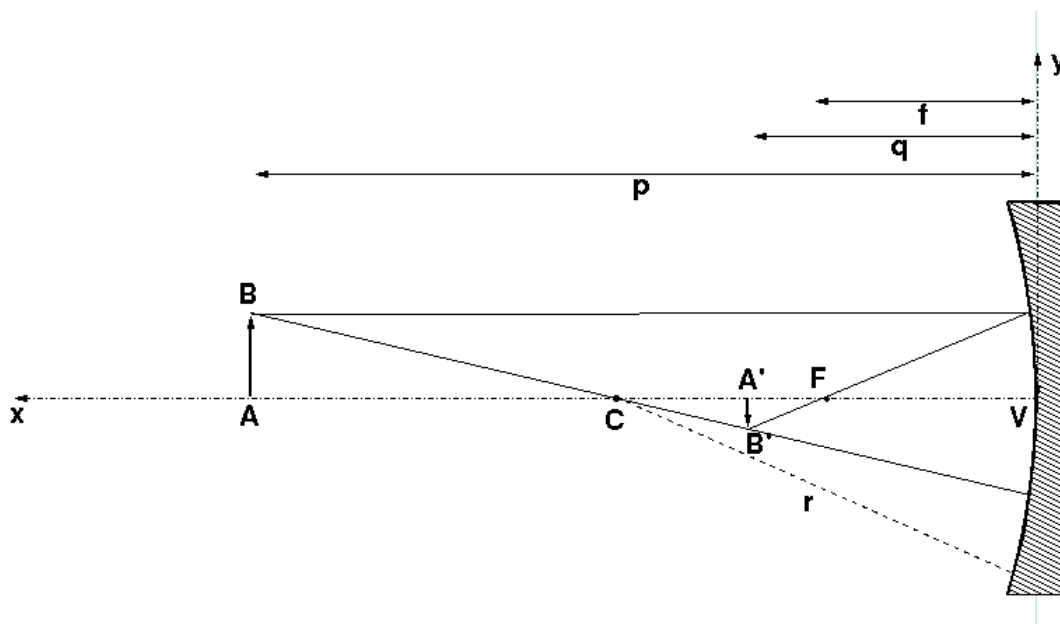


Figura 2.2.1: Specchio sferico concavo.

Formula dei punti coniugati: Con le convenzioni di cui sopra, vale la legge dei punti coniugati, che associa il piano immagine col piano oggetto:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad (2.1)$$

Il reciproco della lunghezza focale, espressa in metri, prende il nome di *potere diottrico* e si misura in *diottrie*. Uno specchio piano ha potere diottrico uguale a zero.

Ingrandimento: L'ingrandimento, m , è il rapporto tra la dimensione dell'immagine, y_i , e la dimensione dell'oggetto, y_o :

$$m = \frac{y_i}{y_o} = \frac{q}{p} \quad (2.2)$$

Apertura numerica F : Il rapporto tra la lunghezza focale f e l'apertura D si chiama apertura numerica F . Sistemi con F piccola sono più *luminosi*, cioè raccolgono più radiazione, di sistemi con F grande.

Specchio parabolico: Con uno specchio sferico concavo si ha un'immagine stigmatica di un oggetto sull'asse posto all'infinito solo in condizioni di raggi parassiali. Con uno specchio parabolico concavo invece si ottiene un'immagine stigmatica di un oggetto sull'asse posto all'infinito qualunque sia l'apertura dello specchio. Questo per le proprietà geometriche della parabola. Come è facile capire, ciò è di grande importanza per l'astronomia dove si vuole ottenere immagini stigmatiche di oggetti posti praticamente all'infinito utilizzando specchi con grandi aperture per raccogliere più luce. Quasi tutti i telescopi astronomici usano, in prima approssimazione, uno specchio parabolico come specchio primario.

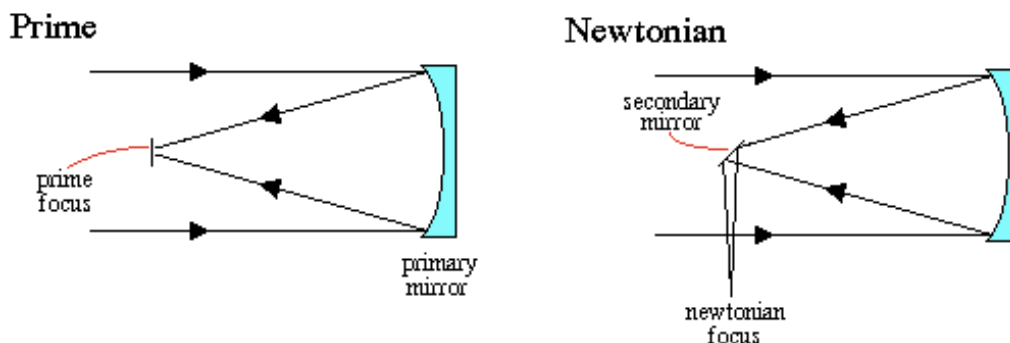


Figura 2.3.1: Telescopio a fuoco primario (a sinistra). Telescopio newtoniano (a destra).

2.3 Telescopi a specchio singolo

I telescopi a riflessione costituiti da un solo specchio dotato di potere diottrico (si ricorda che gli specchi piani hanno potere nullo) si chiamano telescopi a specchio singolo. Le caratteristiche ottiche di questi telescopi sono definite esclusivamente dallo specchio primario. Esistono due configurazioni di telescopio a specchio singolo:

Telescopio a fuoco primario: È dotato di uno specchio parabolico primario e sul piano focale di questo specchio si mettono gli strumenti necessari a raccogliere l'immagine. Il difetto di questo telescopio è che il piano focale nel quale montare strumentazione anche molto voluminosa e complicata si trova sul cammino ottico della radiazione incidente che verrebbe parzialmente o totalmente intercettata.

Telescopio newtoniano: Nel telescopio newtoniano, uno specchio piano posto a 45° rispetto all'asse ottico ad intercettare il fascio convergente nel fuoco primario, sposta detto fuoco fuori dall'involuppo di raggi paralleli che incidono sullo specchio primario. Anche in questo caso si ha un occultamento dell'apertura del telescopio. Tale occultamento, detto anche vignettamento, è inversamente proporzionale al quadrato dell'apertura numerica F .

I telescopi a specchio singolo, avendo un solo componente ottico con potere diottrico, hanno due difetti principali:

- limitata capacità di correggere le aberrazioni geometriche fuori asse;
- sono troppo lunghi, avendo lunghezza confrontabile con la loro lunghezza focale equivalente definita dal primario.

2.4 Telescopi a due specchi

I telescopi a due specchi formano un'immagine del cielo attraverso due specchi detti, rispettivamente, specchio primario e specchio secondario.

Le configurazioni base del telescopio a due specchi sono due: configurazione **Cassegrain** e configurazione **gregoriano**, entrambe con simmetria cilindrica.

Telescopio Cassegrain: È realizzato con uno specchio primario parabolico concavo e uno specchio secondario convesso iperbolico. Lo specchio secondario intercetta i fasci convergenti sul fuoco primario

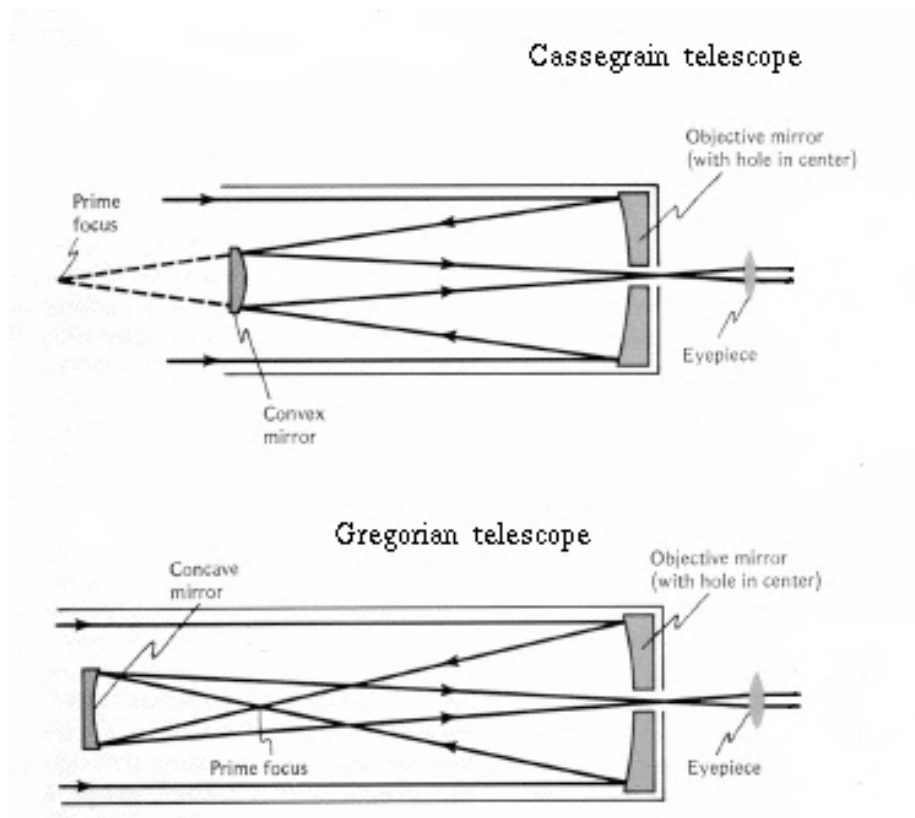


Figura 2.4.1: Telescopio Cassegrain (sopra). Telescopio gregoriano (sotto).

prima che lo raggiungano (vedi Fig.2.4.1). Il fuoco primario coincide con uno dei due fuochi geometrici dell'iperboloide², l'altro fuoco dell'iperboloide è posto dietro il primario, che è forato, e costituisce il fuoco del telescopio. Ha il vantaggio di essere molto più corto della focale equivalente del telescopio. L'immagine prodotta dal Cassegrain è capovolta.

Telescopio gregoriano: È realizzato con uno specchio primario parabolico concavo e uno specchio secondario ellittico concavo. Lo specchio secondario intercetta i fasci convergenti dopo il fuoco primario (vedi Fig.2.4.1). Il gregoriano è in proporzione più lungo del Cassegrain, ma ha il vantaggio di avere il fuoco primario accessibile. Il fuoco primario coincide con uno dei fuochi geometrici dell'ellissoide, l'altro fuoco dell'ellissoide è posto dietro il primario, che è forato, e costituisce il fuoco del telescopio. L'immagine prodotta dal gregoriano è dritta.

Vediamo nel dettaglio come funziona il telescopio Cassegrain, che, insieme alle sue numerose varianti, costituisce la configurazione più usata nei telescopi astronomici. Il telescopio riflettore Cassegrain consiste

²Il fuoco geometrico e il fuoco ottico di una conica coincidono soltanto nel caso della parabola.

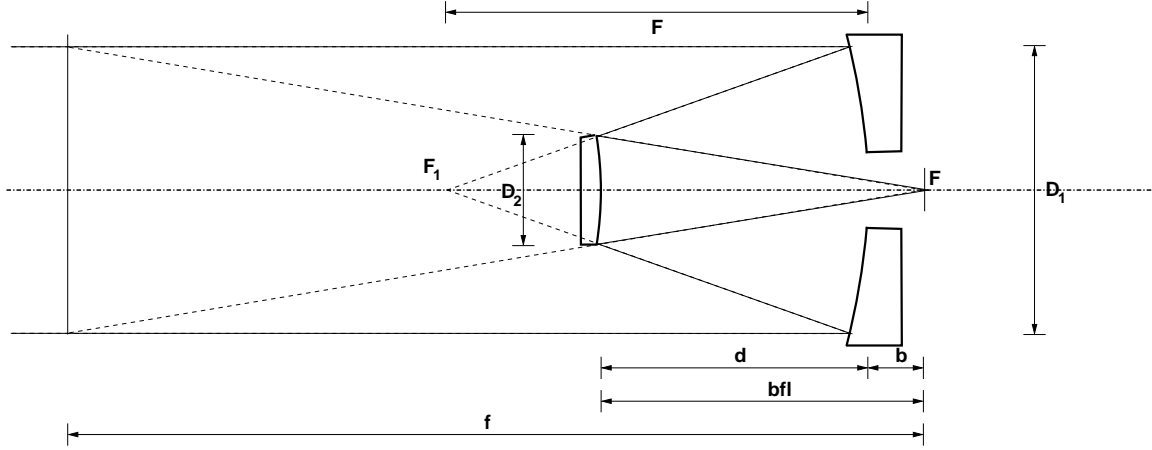


Figura 2.4.2: Schema di un telescopio Cassegrain.

di un primario parabolico che convoglia i raggi provenienti dall'infinito al suo fuoco primario D_2 , vedasi Fig. 2.4.2. Prima del fuoco del primario si trova lo specchio secondario, che è un'iperboloide di rotazione il cui fuoco coincide con il fuoco del paraboloide primario. L'iperboloide, che funziona come una lente negativa, riflette i raggi incidenti nell'altro fuoco D_2 che si trova, di solito, dietro il primario. Il secondario moltiplica la focale del primario di un fattore M , che viene chiamato *ingrandimento del secondario*. La focale del sistema, f_1 si trova graficamente prolungando i raggi marginali che convergono al fuoco fino ad intersecare i raggi marginali incidenti, come è mostrato in figura con le linee tratteggiate. Lo strumento è in genere molto corto se confrontato con la sua lunghezza focale. I parametri più importanti di un sistema cassegrain sono riassunti nelle formule seguenti (per i simboli vedi Fig. 2.4.2):

$$f = M \cdot f_1 = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (2.3)$$

$$bfl = (d + b) = \frac{(f_1 - d) \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (2.4)$$

$$f = d + b + M \cdot d \quad (2.5)$$

$$f_1 = d + \frac{d + b}{M} \quad (2.6)$$

Di solito il progettista di un telescopio di tipo Cassegrain cerca di comprimere in dimensioni fisiche limitate un disegno ottico di focale piuttosto lunga, con oscuramento centrale limitato e con piano focale pienamente accessibile e non affetto da curvatura. È difficile ottenere tutti questi risultati insieme. Per esempio piccole dimensioni si possono ottenere ingrandendo il diametro dello specchio secondario, perdendo però luce. Il piano focale dei Cassegrain è incurvato con centro di curvatura verso il cielo, e la curvatura diventa tanto più forte tanto maggiore è l'ingrandimento, da richiedere, nei casi estremi, un sistema ottico supplementare detto *correttore di piano focale* che viene inserito vicino al piano focale.

Le immagini sui bordi del piano focale tendono ad assumere la caratteristica forma *chiomata* per l'insorgere di aberrazione di *coma*. Nella variante di Ritchey-Chrétien, in cui il primario è un iperboloide concavo, l'immagine anche fuori campo si mantiene circolare come mostrato in Fig. 2.4.3

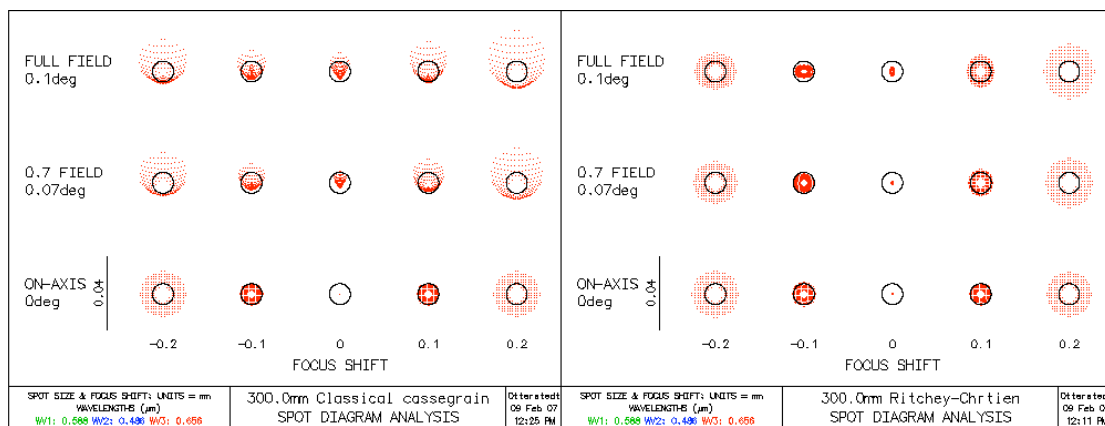


Figura 2.4.3: Confronto tra il *ray tracing* per un Cassegrain classico (a sinistra) e un Ritchey Chrétien (a destra).

2.4.1 Il telescopio REOSC di 150 cm di Loiano (BO)

Il telescopio REOSC dell'Osservatorio di Bologna e la camera BFOSC sono descritti nel sito web dell'Osservatorio di Bologna (<http://www.bo.astro.it/loiano/152cm.html> e <http://www.bo.astro.it/loiano/loirep/rep04-2001-01-textfig.ps> rispettivamente). Il telescopio da 152 cm di focale, inaugurato nel 1976, è dedicato a Gian Domenico Cassini e è stato progettato dalla ditta francese REOSC.

Capitolo 3

I rivelatori CCD

3.1 Introduzione

Dalla fine degli anni '70¹, la fotometria astronomica si avvale con successo dei rivelatori a stato solido, in questo capitolo discuteremo solamente il funzionamento dei CCD, acronimo di *charge coupled device* che in italiano si traduce, non letteralmente ma col medesimo significato, in *dispositivo a scorrimento di carica*. I CCD hanno migliorato l'efficienza di raccolta di luce da parte di un telescopio di almeno due ordini di grandezza. I CCD hanno ormai conquistato il mercato della fotografia, essendo i sensori, con prestazioni molto inferiori rispetto a quelli usati in astronomia, utilizzati in tutte le macchine fotografiche digitali. Oggi un astrofilo con un telescopio da 15 cm e una camera digitale è in grado di raccogliere la stessa quantità di luce di un astronomo degli anni '70 con un telescopio da 1 m e una lastra fotografica. Questi dispositivi a semiconduttore sono costruiti sulla superficie di un blocchetto di silicio su cui sono riportati, con le tecniche della costruzione dei circuiti integrati, diversi elettrodi che formano un reticolato di condensatori. Un insieme di tre di questi condensatori corrisponde ad un elemento sensibile dell'immagine *pixel* o anche *picture element*, in cui viene accumulata della carica (*charge*) che si forma all'interno del silicio per effetto fotoelettrico all'arrivo di un fotone. Un opportuno sistema di lettura consente di trasferire la carica tra pixel adiacenti (*coupled*) fino a un nodo di lettura e di leggere, al termine dell'esposizione, la carica accumulata in ciascun condensatore. La grande versatilità, la grande stabilità dimensionale e l'alta efficienza quantica hanno fatto di questi dispositivi degli strumenti particolarmente utili per l'osservazione astronomica.

3.2 Principi di funzionamento dei CCD

I meccanismi di raccolta e trasferimento della carica possono essere facilmente compresi facendo riferimento dapprima all'elemento principale del CCD: la struttura metallo-isolante-semiconduttore, denominata

¹Il CCD fu ideato alla divisione componenti semiconduttori dei Bell Laboratories da Willard S. Boyle e George E. Smith nel 1969. L'anno seguente venne realizzato un prototipo funzionante. Per questa scoperta Boyle e Smith hanno ricevuto il Premio Nobel per la fisica nel 2009.

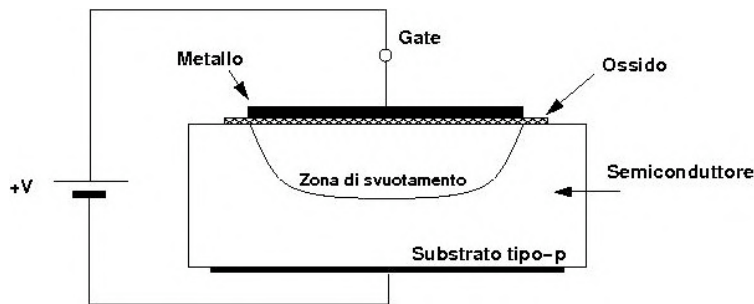


Figura 3.2.1: Struttura del condensatore MOS

*condensatore MOS*². Il CCD infatti è costituito da un numero elevato di questi condensatori disposti in forma di matrice $n \times m$.

3.2.1 Il condensatore MOS

In figura 3.2.1 è riportato un disegno schematico di un elemento MOS.

Sopra un substrato di silicio cristallino con drogaggio di tipo-p, dello spessore di 200-500 μm , viene depositato un sottile strato di ossido di silicio (SiO_2) di spessore 0.1 μm , la cui funzione è di isolare il substrato di silicio dall'elettrodo metallico, spesso 0.5 μm , depositato sopra lo strato di ossido.

3.2.2 Funzionamento di un condensatore MOS

Applicando un potenziale esterno ai capi dell'elettrodo metallico e del substrato (come mostrato in figura 3.2.1) si nota che la buca di potenziale presente alla giunzione Si-SiO₂, aumenta notevolmente (la zona di svuotamento si estende). Infatti il substrato di silicio contiene una distribuzione uniforme di lacune e nel momento in cui si applica il potenziale esterno, le lacune che si trovano in prossimità dell'elettrodo, positivo rispetto al substrato, tendono ad allontanarsi, creando una cosiddetta zona di svuotamento, associata ad una buca di potenziale per gli elettroni (portatori minoritari).

Aumentando il valore della differenza di potenziale applicata al condensatore MOS, si aumenta la profondità della buca di potenziale e si amplia quindi la zona di svuotamento. Questo processo non è illimitato: per un certo valore del potenziale, la buca è così profonda che il campo elettrico associato riesce ad attirare gli elettroni minoritari verso la buca e quindi a raccogliergli presso la giunzione Si-SiO₂ (minimo della buca di potenziale). Si forma così uno strato di elettroni che viene chiamato strato di inversione e che non consente alla buca di essere più profonda (in pratica aumenta la densità della carica negativa all'interno della zona di svuotamento).

²In questo capitolo si fa riferimento a numerosi concetti relativi alla struttura e al funzionamento dei semiconduttori che si assumono noti da altri corsi.

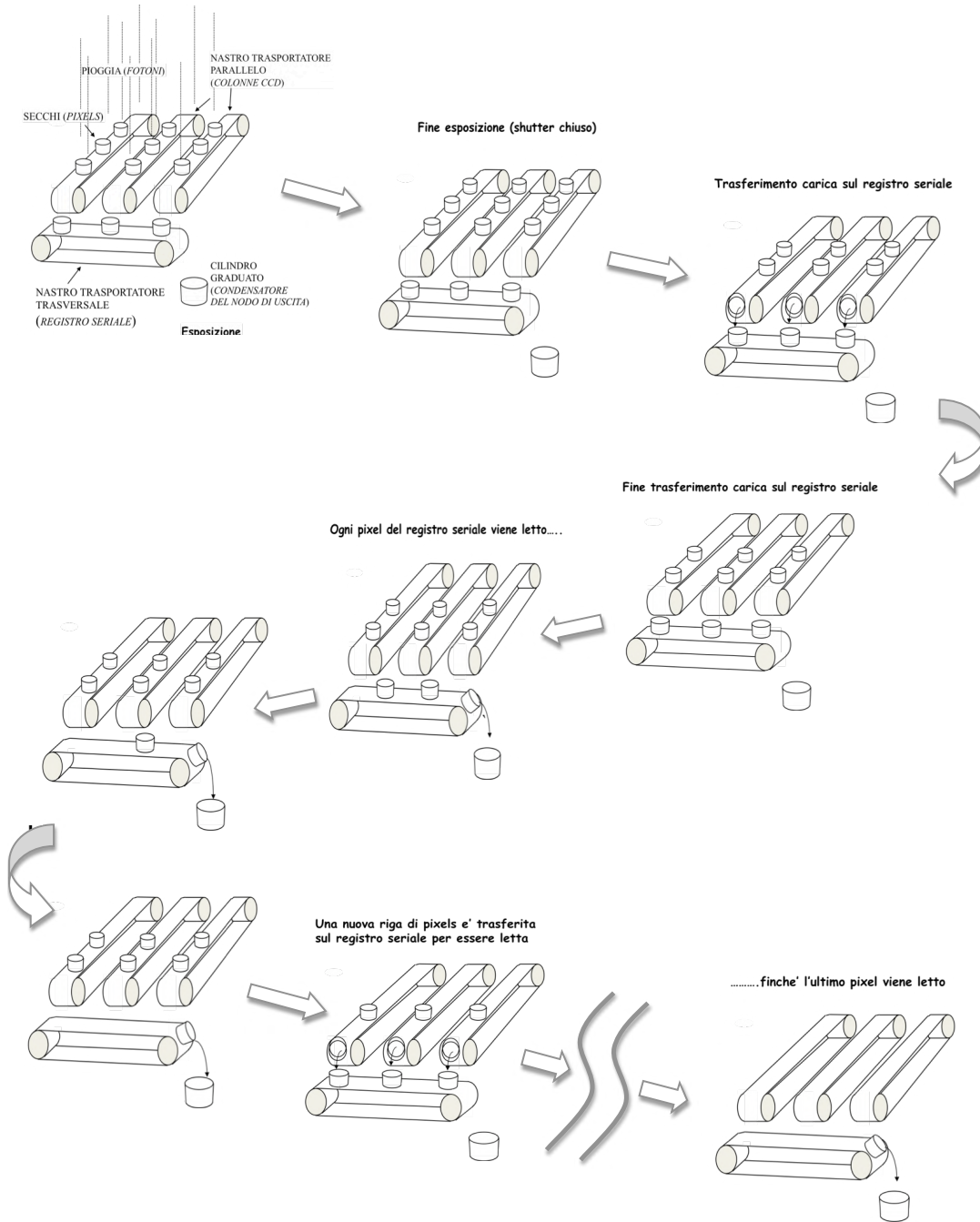


Figura 3.2.2: Un numero di secchi (*pixels*) sono distribuiti su un campo (*piano focale di un telescopio*) in una matrice quadrata. I secchi sono fissati su una serie di nastri trasportatori paralleli e raccolgono la pioggia (*fotoni*) che cade sul campo. I nastri trasportatori sono fermi mentre la pioggia cadendo lentamente riempie i secchi (it esposizione). Quando la pioggia cessa (*chiusura dell'otturatore (shutter) del CCD*) i nastri trasportatori iniziano a trasportare i secchi con l'acqua, uno alla volta, a un cilindro graduato (*condensatore del nodo di lettura*) in un angolo del campo.

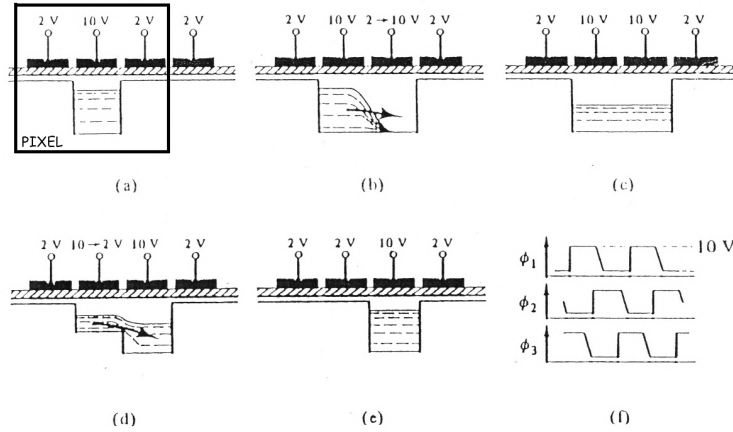


Figura 3.2.3: Schema di trasferimento della carica lungo una colonna o lungo il registro seriale. (f) Fasi.

Nel caso che, per qualche meccanismo esterno al condensatore MOS, si creino altri portatori liberi, questi verranno immediatamente attirati verso la zona di svuotamento, aumentando la carica negativa raccolta e diminuendo di conseguenza la profondità della buca di potenziale.

Se si raffredda la struttura MOS, applicando un potenziale alto (circa 10-20 Volt) non si ottiene lo strato di inversione in quanto, per la temperatura, diminuisce esponenzialmente il numero di portatori minoritari. Tuttavia se per qualche fenomeno esterno si creano degli elettroni liberi, si ha un accumulo di questa carica nella zona di svuotamento sotto l'elettrodo e la quantità raccolta dipenderebbe esclusivamente dal tipo di fenomeno che l'ha prodotta.

3.2.3 Trasferimento della carica raccolta nel condensatore

La misura della quantità di carica raccolta non avviene sul singolo condensatore MOS, ma trasferendo il "pacchetto" di elettroni attraverso più condensatori contigui fino ad un unico nodo di lettura. Questo metodo ha il vantaggio di avere una sola elettronica adibita alla misura della carica, piuttosto che una per ogni condensatore che forma il CCD. La lettura della carica sul CCD avviene in modo seriale (ovvero un pixel dopo l'altro) nel modo descritto in seguito e illustrato da una semplice analogia mostrata in figura 3.2.2.

Consideriamo un CCD costituito da una matrice di n righe e m colonne di pixels. Un pixel è generalmente costituito da tre condensatori MOS adiacenti come mostrato nella figura 3.2.3 disposti lungo una colonna della matrice.

Facendo riferimento alla figura 3.2.3 si immagini di porre su un unico substrato di silicio di tipo p quattro elettrodi vicini. Si supponga quindi di porre un elettrodo a 10 V e gli altri a 0 V. Al di sotto dell'elettrodo polarizzato a 10 V, si forma la zona di svuotamento che attrae tutti gli eventuali portatori minoritari che vengono liberati nella zona di svuotamento.

Terminato il tempo dedicato all'accumulo di carica, si procede al trasferimento, che si ottiene abbassando gradualmente il potenziale da 10 V a 0 V sull'elettrodo di raccolta e contemporaneamente innalzando da 0 V a 10 V il potenziale sull'elettrodo contiguo. Il pacchetto di carica viene così trasferito

nella zona di svuotamento dell'elettrodo vicino. Applicando più volte questa tecnica si trasporta ciascun pacchetto di carica sotto numerosi elettrodi di una colonna di pixel.

In generale questo processo è molto efficiente e consente di trasferire la carica in modo controllato, anche su distanze di 1-2 cm. E' importante però fare in modo che i potenziali sugli elettrodi siano opportunamente modulati (e per questo i potenziali vengono chiamati fasi) per raccogliere e trasferire correttamente la carica senza alcuna perdita.

3.3 Guida pratica alle osservazioni col CCD

Un CCD è un *chip* di silicio sensibile alla luce che è elettricamente diviso in un gran numero di parti indipendenti chiamati **pixel** (contrazione di *picture element*). I CCD oggi in commercio hanno una superficie sensibile composta da una matrice da 512 x 512 fino a 4096 x 4096 pixel, e la cui dimensione lineare varia da 5 mm fino a 100 mm (le dimensioni tipiche di ciascun pixel va dai 10 ai 30 μm di lato).

In campo astronomico i CCD sono utilizzati per misurare quanta luce cade su ciascun pixel. Il risultato è un'**immagine digitale**, che consiste di una matrice di numeri, uno per pixel, ciascun numero è legato direttamente alla quantità di luce che incide su quel pixel. Naturalmente, una delle comodità del CCD è che l'immagine, che si ottiene in forma digitale, è rapidamente manipolata, misurata e analizzata al computer. Gli astronomi passano molto più tempo seduti al computer che vicino al telescopio!

Parecchi concetti sono alla base dell'uso dei CCD come rilevatori di bassi livelli di illuminazione in astronomia. Quanto segue dovrebbe dare sufficienti informazioni che permettano di comprendere le ragioni dei vari passi di riduzione dei dati al computer, cosa che affronteremo nel capitolo successivo.

Efficienza quantica (QE) Un CCD rileva singoli fotoni, ma perfino il migliore dei CCD non rivelerà ogni singolo fotone che andrà a incidere su di esso. La frazione di fotoni incidenti su di un CCD che sono effettivamente rilevati dal CCD è chiamata efficienza quantica (QE) ed è di solito espressa in forma percentuale come il rapporto, appunto, tra fotoni rilevati e fotoni incidenti. La QE è una funzione della lunghezza d'onda.

Ai fini della rilevazione nel campo ottico si distinguono fondamentalmente due tipi di sensori: CCD illuminati frontalmente (*front-illuminated* CCD), in cui la luce passa attraverso alcuni strati elettronici del CCD (elettrodi e ossido del condensatore MOS) prima di raggiungere la zona di rivelazione costituita da un chip spesso (200-500 μm) di silicio, e CCD illuminati dal retro (*back-illuminated* CCD), in cui lo strato di silicio viene assottigliato meccanicamente o chimicamente (fino a uno spessore di una decina di μm) e la luce incide sul silicio direttamente (vedere figura /refig:F-B). I primi hanno un QE basso nel blu, poiché gli strati elettronici assorbono molta della radiazione blu; i chip sottili hanno invece un miglior QE nel blu.

Sia i chip sottili che quelli spessi hanno QE simili nel rosso, ma quelli sottili hanno di solito QE più elevata a tutte le lunghezze d'onda. La figura 3.3.2 mostra il grafico del QE in funzione della lunghezza d'onda per i due tipi di CCD.

Per la realizzazione di un chip sottile si parte da un normale chip spesso e quindi si riduce lo spessore dello strato di silicio. (Lo strato di silicio deve essere veramente sottile in un chip retro-illuminato o altrimenti gli elettroni non raggiungerebbero mai la zona di svuotamento). L'assottigliare lo strato di silicio allo spessore richiesto in modo uniforme senza distruggere il pezzo è molto difficile e non

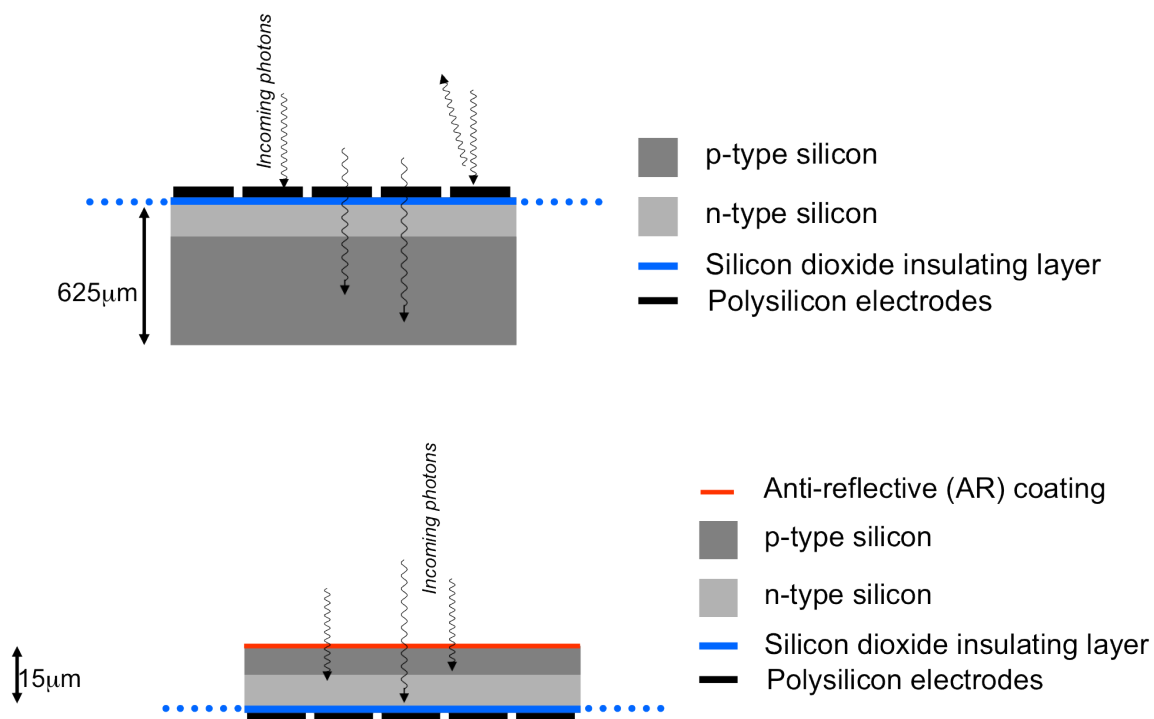


Figura 3.3.1: Schema di funzionamento dei CCD illuminati frontalmente (in alto) e dei CCD retro-illuminati (in basso).

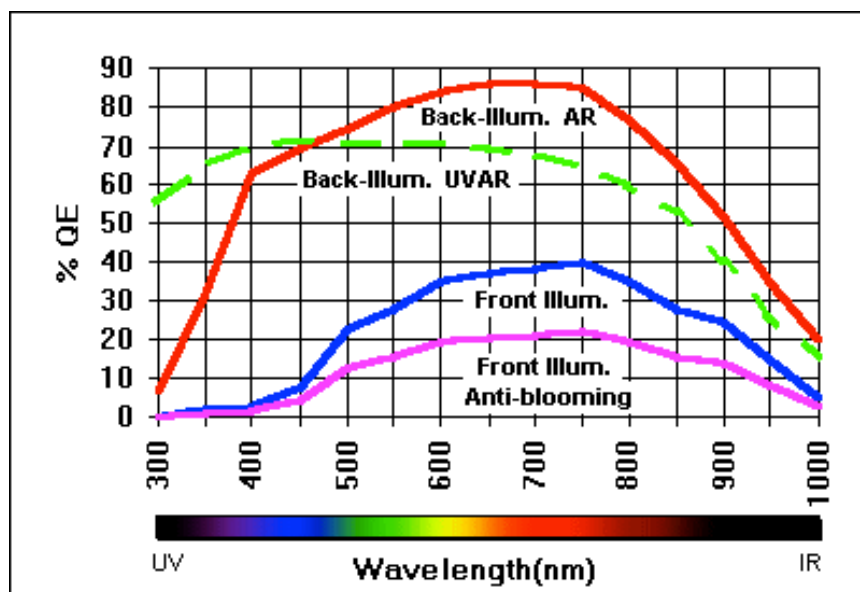


Figura 3.3.2: Confronto delle efficienze quantiche di CCD retro-illuminati e illuminati frontalmente.

sempre ha esito positivo, tanto da giustificare i costi dei CCD retro-illuminati (da alcune decine di migliaia di euro a centinaia di migliaia di euro per i più grandi)!

Conteggi . I numeri che leggiamo dal CCD sono il numero effettivo dei fotoni che incidono su ciascun pixel? Ebbene no. Parte del numero è uno scostamento (*offset*) chiamato **bias** (vedi sotto) e parte può essere dovuta alla **corrente di buio** (*dark current*) (vedi sotto). Dopo aver sottratto queste componenti il segnale è relativo al numero di elettroni liberati dai fotoni su ciascun pixel. Solo una frazione QE di fotoni generano elettroni, cosicché il numero di elettroni è: (numero di fotoni) \times QE. Per contare il numero di elettroni immagazzinato in ciascun pixel viene trasferita la carica ad essi corrispondente su un condensatore e trasformata in un segnale di tensione. Questo segnale, dopo essere stato amplificato da una catena elettronica, viene trasformato in un numero o segnale digitale (chiamato **DN** - *Digital Number* o **ADU** (*Analog to Digital Number*), da un *convertitore analogico digitale* (ADC). Il numero che il CCD genera è legato al numero di elettroni attraverso un numero frazionario chiamato **fattore di guadagno**, g , espresso in elettroni per ADU (e^-/ADU) . Il guadagno dipende dalle caratteristiche dell'elettronica di lettura tra cui il valore della capacità del condensatore di lettura, il fattore di amplificazione e la risoluzione, b , dell'ADC (numero di bit in cui viene convertito il segnale di tensione), ma se l'elettronica è ben dimensionata il guadagno non dovrebbe essere di molto superiore al rapporto tra il massimo numero di elettroni che un pixel può accumulare (*full well capacity*) e i livelli di quantizzazione dell'ADC dati da 2^b (ad esempio, un ADC a 8-bit ha $2^8 = 256$ livelli di quantizzazione).

Riassumendo il numero di fotoni, N_{ph} che incidono su un pixel è legato al numero digitale come segue:

$$N_{\text{ADU}} = N_{\text{ph}} \cdot QE = N_{e^-} \cdot g \cdot QE \quad (3.1)$$

dove il numero di elettroni è solo quello che proviene generato dai fotoni, dopo che il bias e il contributo del buio sono stati sottratti.

Nel fare la fotometria astronomica, normalmente non viene calcolato il numero effettivo di fotoni per pixel poiché le misurazioni sono relative, ovvero vengono effettuate rapportando gli ADU dei nostri oggetti con gli ADU di stelle (chiamate **stelle standard**) di cui si conosce il flusso.

Tempo di integrazione Il CCD (al contrario dell'occhio umano, ma in modo simile alla pellicola fotografica) funziona sul principio dell'integrazione. Il segnale (gli elettroni liberati dal silicio quando ciascun pixel viene colpito dai fotoni) si accumula con il tempo. Il tempo di integrazione (o tempo di posa) è controllato da un otturatore meccanico (come in una macchina fotografica).

Rumore di lettura (*Read-out noise*) Dopo un'integrazione (posa), il CCD deve essere *letto* per trovare il valore del segnale in ciascun pixel, poiché il segnale può essere debole, pochi elettroni per pixel, questo passo coinvolge una manipolazione del segnale da parte dell'elettronica on-chip del CCD e da quella di lettura. Sfortunatamente, ma inevitabilmente, il processo stesso di lettura genera rumore elettronico. Il rumore medio per pixel è chiamato rumore di lettura. I CCD moderni hanno tipicamente un rumore di lettura da 1 a 20 elettroni per pixel per lettura (il rumore di lettura è lo stesso sia con esposizioni di 0,1 s che di 3 ore).

Immagine di bias Se leggiamo il CCD senza fare alcuna integrazione (in altre parole si pensi ad una esposizione con zero secondi di posa), ci sarà un segnale chiamato segnale di bias (o di offset). Questo

segnale deve essere misurato e sottratto dalle immagini che registriamo. Poiché c'è rumore di lettura per QUALSIASI lettura del CCD, perfino i bias frame hanno un rumore di lettura associato con essi, che coincide col rumore di lettura. Per ridurre al minimo il rumore quando sottraiamo il bias, dobbiamo riprendere molti bias frame e quindi combinarli tra loro per abbattere il rumore.

Immagine di buio (Dark frame) Se eseguiamo un'integrazione del CCD per un qualche tempo con l'otturatore chiuso, ci sarà un segnale (e più precisamente un rumore associato a quel segnale) causato dall'eccitazione termica degli elettroni nel CCD. Questo è chiamato il segnale di buio (o semplicemente *dark*). Il dark è molto sensibile alla temperatura (minore temperatura = minore dark), per questo motivo i CCD utilizzati in astronomia sono raffreddati (spesso alla temperatura dell'azoto liquido). Anche raffreddati, alcuni CCD hanno una corrente di buio non trascurabile. Questa infatti deve essere misurata e sottratta dall'immagine. È importante e necessario acquisire le immagini di buio subito prima e/o subito dopo l'immagine astronomica per essere il più possibile vicini alle condizioni termiche con le quali è acquisita l'immagine astronomica. Il tempo di integrazione, per motivi di rumore deve essere uguale al tempo di integrazione dell'immagine a cui il dark va sottratto.

Flat field (immagine di campo piatto) Tutti i CCD hanno delle disuniformità. In altre parole, se il CCD viene illuminato in maniera uniforme, NON si genererà lo stesso segnale in ogni pixel (anche ignorando il rumore per il momento). Disuniformità a piccola scala (da pixel a pixel) (di solito pochi percento per un pixel rispetto a quello vicino) sono causate da una leggera differenza nelle dimensioni di ciascun pixel. Quelle a maggior scala (su una grande frazione del CCD) sono causate da piccole variazioni dello spessore del silicio lungo il chip, da una non uniforme illuminazione causata dalle ottiche del telescopio (vignettatura) e in generale da tutte le componenti del treno ottico. Queste possono arrivare fino al 10% sull'intero chip.

Per correggere queste variazioni è necessario esporre il CCD ad una luce uniforme e vedere come si presenta il segnale (l'immagine). Questo fotogramma (chiamato flat) può essere quindi utilizzato per correggere le differenze di efficienza (l'immagine viene divisa per il flat).

Immagine dati (oggetto) Per riprendere un'immagine di un oggetto astronomico, S , una volta puntato il telescopio nella direzione dell'oggetto, apriamo l'otturatore per consentire alla luce di giungere sul CCD. Lasciamo che il segnale si accumuli sul CCD (effettuiamo l'integrazione) per un certo tempo (non importa quale) e quindi effettuiamo la lettura. Il tempo di posa dipende da molti fattori. L'obiettivo di base è quello di ottenere un'immagine della sorgente con il miglior rapporto segnale rumore (S/N) possibile. Ora, poiché il segnale è composto di fotoni, c'è un'inevitabile quantità di rumore associata con le statistiche di conteggio dei fotoni stessi (rumore = *radice di* N , dove N è il numero degli elettroni raccolti). Non c'è alcun modo per liberarsi di questo rumore. Comunque raccogliendo un maggior numero di fotoni, possiamo migliorare il rapporto S/N (il segnale varia linearmente con il tempo, mentre il rumore varia come la radice quadrata del tempo), ma va tenuto presente che durante l'integrazione, anche il segnale di buio si accumula.

Ci si deve inoltre preoccupare delle altre sorgenti di rumore, ovvero lettura, buio ed anche degli effetti delle particelle dei raggi cosmici i quali danno un segnale spurio. La prima cosa di cui ci si deve assicurare è che queste altre sorgenti di rumore siano inferiori del rumore dei fotoni.

Riassumendo le fasi essenziali nel riprendere e ridurre un'immagine CCD presa al telescopio sono le seguenti:

- Si acquisiscono un certo numero di immagini di bias, B_i , si fa la mediana di queste immagini, $B = M(B_i)$ per ottenere un singolo bias con basso rumore. La mediana permette di scartare automaticamente eventi fuori distribuzione, come i raggi cosmici.
- Si acquisiscono un'immagine di buio (dark), D per ciascuna immagine dati (con otturatore chiuso, con tempo di integrazione finito uguale al tempo di integrazione che si usa per gli oggetti). Si ricordi che anche il dark contiene il bias al suo interno per cui non è necessario sottrarre il bias dall'immagine astronomica una volta sottratto il dark.
- Si prende un'immagine di flat field (flat), ff , con ciascun filtro. I flat possono essere presi puntando il telescopio sul cielo del crepuscolo o all'interno della cupola³.

Sia i bias che i dark (nel caso in cui la corrente di buio non sia trascurabile nell'intervallo di tempo della posa del flat) dovranno essere sottratti dal flat. Il livello del segnale nel flat è arbitrario - è relativo a quanto luminoso era il cielo al crepuscolo, ecc. - ma è conveniente che il segnale sia abbastanza grande per minimizzare il rapporto segnale-rumore. Quindi, una volta sottratto il bias, normalizziamo il flat in modo tale che il segnale medio in ciascun pixel sia 1,00 (ciò si ottiene semplicemente dividendo per il segnale medio), ottenendo un'immagine di flat normalizzata, FF .

- In sintesi:
 1. Segnale dark trascurabile: Per ottenere l'immagine corretta dagli effetti strumentali, S_o all'immagine dati si sottrae il bias a basso rumore dal fotogramma dell'oggetto. Quindi si divide per il flat normalizzato (vedi figura 4.2.5).

$$S_o = \frac{S - B}{FF}$$

2. Segnale dark non trascurabile: Si sottrae il dark dal fotogramma dell'oggetto (questo contiene anche il bias). Quindi si divide per il flat normalizzato (vedi figura 4.2.4).

$$S_o = \frac{S - D}{FF}$$

Per ulteriori approfondimenti si veda anche la traduzione italiana del testo *An Introduction to Astronomical Photometry Using CCDs* di William Romanishin (Univ. of Oklahoma) nel sito comete.uai.it/fotometria/FotomCCD.pdf

³Le luci elettriche usate per illuminare lo schermo sono più rosse che il cielo e quindi possono fornire un flat non corretto. Questo fatto può essere ovviato utilizzando lampade molto calde, o utilizzando filtri che diminuiscano la luce rossa delle lampade.

Capitolo 4

L'analisi delle immagini

4.1 Premessa

La lettura del CCD è gestita, di consueto, da un microprocessore il quale attiva le diverse linee che servono a fare scorrere le cariche attraverso i diversi pozzi della matrice e ad acquisire il dato di lettura che verrà poi immagazzinato in celle di memoria successive. Il fattore di conversione tra elettroni raccolti dal pixel e valore del pixel in uscita dall'ADC è uno dei parametri fondamentali di una camera CCD e prende il nome di guadagno, g . Il guadagno è dato dal rapporto tra il valore di lettura del pixel in ADU e il numero di elettroni accumulato:

$$g = \frac{n(e^-)}{n(ADU)}(e^-/ADU) \quad (4.1)$$

A seconda dell'intervallo dinamico del CCD si ricorrerà ad una digitizzazione a 8 bits (1 byte), a 12 bits (un byte e mezzo) o a 16 bits (due byte). Si tenga presente che con 8 bits si può rappresentare un numero positivo che va da 0 [in binario 00000000] a 255 [binario 11111111]. Se il CCD ha un intervallo dinamico che valga la pena di suddividere in più di 256 valori (questo dipende dal rumore che è sovrapposto su ciascun livello) allora si ricorre ad una digitizzazione a 12 bits. Con 12 bits si può rappresentare un numero che va da 0 [binario 000000000000] a 4095 [binario 111111111111]. Si tenga presente che in questo caso i programmi che scrivono i dati in memoria dovranno essere costruiti in maniera da non *sprecare* il mezzo byte che rimane inutilizzato nei calcolatori la cui *parola* è di 16 bits. Questo risultato si ottiene con degli algoritmi molto banali di compattazione. In assenza di compattazione, un'immagine ottenuta con un CCD di 512×512 pixels occupa $512^2 = 262144$ parole. Se ognuna di queste parole è di 2 bytes questo comporta che l'immagine occupa qualche cosa di più di 0.5 Mbyte (in un floppy da 1.4 Mbyte ci stanno due immagini). Dato il grande numero di bytes richiesti per registrare l'immagine il calcolatore che procede alla lettura del CCD deve scaricarla immediatamente, per predisporre ad acquisire l'immagine successiva. Il tempo richiesto da questo processo limita la massima frequenza di acquisizione. Quando si osservino oggetti deboli il tempo di scrittura dei dati su disco non crea problemi, dato che i tempi di integrazione sull'immagine sono alti. Viceversa problemi si possono verificare negli studi di fisica solare in cui i tempi di posa sono molto brevi.

Proprio per i problemi di compattamento a cui abbiamo accennato prima, i formati in cui le immagini sono scritte su disco variano da sistema a sistema e quindi risulta difficile *portare* le immagini da un luogo all'altro e da un calcolatore all'altro. Gli astronomi hanno risolto questo problema ricorrendo

ad uno standard di scrittura delle immagine che prende il nome di *formato FITS*. Ogni macchina che produce immagini, o che analizza le immagini, è dotata di un'interfaccia *software* che è capace di leggere o scrivere un supporto (nastro, cassetta, CD) scritto in formato FITS per cui ogni utente dotato della stessa interfaccia può accedere ai dati. Un'immagine di 320 per 512 pixels in formato FITS occupa circa 330 Kbytes. I diversi osservatori e le differenti *software houses* hanno messo a punto vari programmi di analisi per immagini. Gli studenti del Dipartimento di Astronomia verranno in contatto con programmi di analisi di immagini che si chiamano MIDAS (scritto in ESO) IRAF (scritto a NOAO) e IDL (commerciale).

4.2 Le immagini ausiliarie

Una volta ottenuta l'immagine o le immagini necessarie per affrontare il problema scientifico, è necessario assicurarsi delle immagini che chiameremo, tanto per intenderci *immagini ausiliarie*, che ci debbono servire per eliminare gli effetti strumentali che contaminano le immagini astronomiche. Le immagini ausiliarie sono essenzialmente tre:

1. l'immagine di *bias*;
2. l'immagine di buio (*dark*);
3. l'immagine di *flat field*

Immagine di bias: Ogni esposizione del rivelatore contiene un livello non nullo di segnale, detto *bias* che è introdotto dal convertitore analogico digitale (ADC). Poiché il *bias* è un segnale aggiunto dallo strumento, esso deve essere sottratto da ogni esposizione. L'immagine di *bias* si ottiene leggendo il CCD con tempo di esposizione nullo. L'immagine di *bias* è contenuta in tutte le immagini, e costituisce quindi un termine additivo su tutte. Si tenga presente che l'immagine di *bias* non è affatto uniforme come appare evidente anche dall'immagine riportata in Fig.4.2.1, e in Fig. 4.2.2.

Di solito l'immagine di *bias*, B , è molto stabile, e l'errore associato al valore del *bias* di ciascun pixel è molto piccolo perchè si preferisce conferire la carica necessaria ai pozzi per via elettronica, piuttosto che mediante il *pre-flash*. L'errore che possiamo attribuire a posteriori a ciascun pixel è essenzialmente il RON. L'immagine di *bias* non è perfettamente uniforme, per cui se si fa la statistica su tutti i pixel dell'immagine o di una sua porzione, la deviazione standard risulterà maggiore del RON. Per ottenere il RON occorre prendere molte immagini di *bias* e fare la statistica sui valori ottenuti sul singolo pixel.

$$\sigma_B(ADU) = RON(ADU) \quad (4.2)$$

Ricordando l'eq.4.1 si può scrivere anche:

$$\sigma_B(e^-) = \sigma_B(ADU) \cdot g \quad (4.3)$$

Se si media su n immagini di *bias* si può ridurre l'incertezza sull'immagine di *bias* di un fattore \sqrt{n} .

Immagine di buio: L'immagine di buio, D si ottiene integrando con il CCD per un tempo identico a quello impiegato per ottenere l'immagine ma non aprendo l'otturatore. I *pozzi* che costituiscono i singoli pixels si riempiranno solo per effetto termico, l'immagine di buio costituisce dunque un'immagine che andrà sottratta all'immagine astronomica. La singola immagine di buio costituisce una

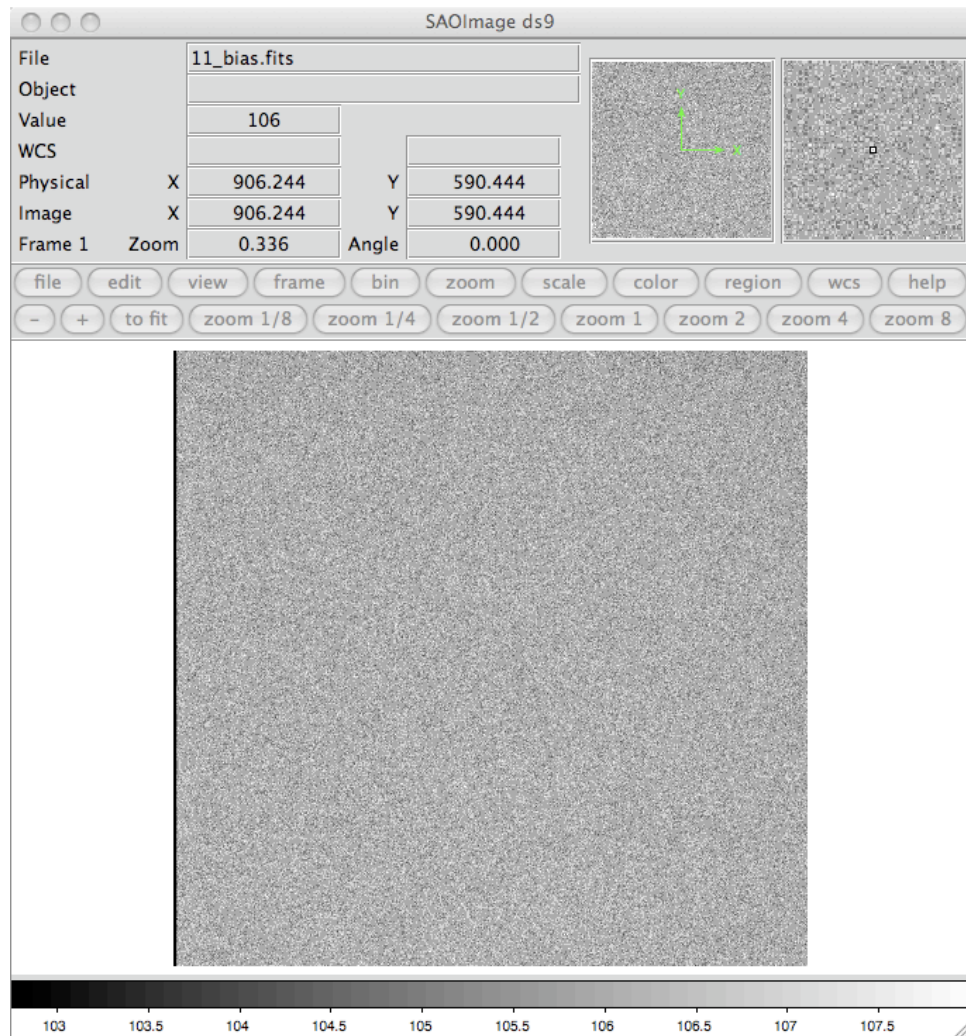


Figura 4.2.1: Esempio di un'immagine di *bias* ottenuta a Loiano. L'immagine è stampata utilizzando la procedura SAOimage/ds9. In alto a destra il riquadro di sinistra mostra tutta l'immagine e la finestra che viene mostrata nel riquadro grande in basso, il riquadro a destra in alto mostra, ingrandita la posizione del cursore, le cui coordinate sono riportate nella striscia in alto a sinistra come x , y , z dove z è il valore del pixel di coordinate x , y .

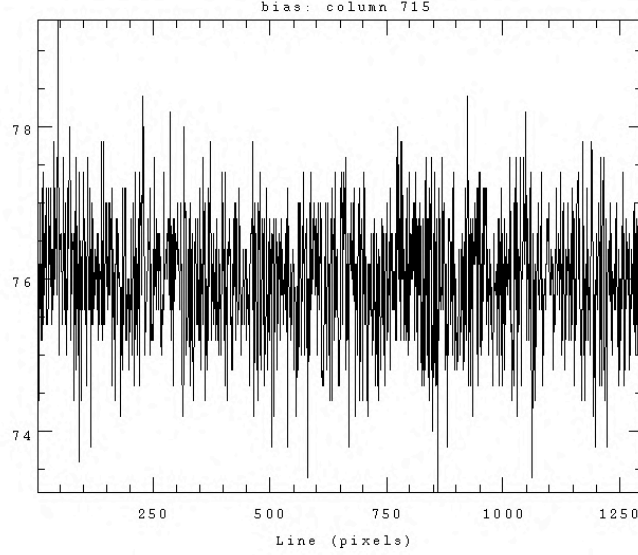


Figura 4.2.2: Grafico dell'andamento dell'intensità dell'immagine di *bias* lungo una riga in funzione dell'indice di colonna per il CCD del telescopio di Loiano.

realizzazione di tutte le possibili immagini di buio ottenibili. Il valore del pixel i -esimo è affetto da un errore casuale pari a $\sqrt{D_i}$ dove D_i è il numero di conteggi. Nel caso che il valore di D_i sia significativo rispetto al valore dei conteggi sull'immagine, è opportuno, per aumentare il rapporto segnale-rumore, fare molte immagini di buio e poi mediarle. L'errore relativo dei conteggi diminuisce con la radice quadrata del numero di immagini di buio che sono state mediate. È opportuno tuttavia notare che con i CCD professionali, raffreddati ad azoto liquido, il buio è insignificante, per cui questa correzione viene omessa.

L'immagine di buio, una volta corretta per il bias, ha un'incertezza che obbedisce alla statistica di Poisson:

$$\sigma_D(e^-) = \sqrt{D_i}(e^-)$$

Occorre ricordarsi sempre che la deviazione standard di un segnale poissoniano va sempre calcolata sul suo valore in *elettroni*. Si può facilmente dimostrare che¹:

$$\sigma_D^2(ADU) = \frac{D_i(ADU)}{g}.$$

4.2.1 Il flat field

Le efficienze quantiche q_i dei pixel non saranno in genere uguali tra loro. Di conseguenza immagini di oggetti astronomici ottenute in punti diversi della matrice non saranno direttamente confrontabili tra loro, i raggi di luce che raggiungono il CCD non fanno lo stesso percorso attraverso tutta l'ottica, per cui ci possiamo trovare davanti ad effetti di trasparenza variabile dello strumento con la posizione. Di solito si conglobano tutti questi fenomeni nella definizione di *efficienza quantica* definita come il rapporto

¹Infatti, se $S(ADU)$ è il segnale poissoniano misurato, si ha $S(e^-) = S(ADU) \cdot g$ per cui $\sigma_S(e^-) = \sqrt{S(e^-)}$ e $\sigma_S(ADU) = \sigma_S(e^-)/g = \sqrt{S(e^-)}/g$

tra il numero di fotoni incidenti, prima dell'ottica, e quelli rivelati. Per ripulire l'immagine da questo effetto e rinormalizzare le immagini astronomiche ad una sola efficienza quantica si utilizzano le cosiddette immagini di *flat field* che vengono ottenute puntando il telescopio verso il cielo al tramonto o sull'interno della cupola illuminato da una luce artificiale. Si noti che se si prendono immagini in diversi colori (e.g.: UBV) si dovranno prendere immagini di flat field per ogni colore in quanto ogni filtro porta con se, nel percorso ottico, le sue proprie disomogeneità permanenti, insieme a quelle*contingenti* come i granelli di polvere. Si noti anche che il tempo di posa utilizzato per ottenere le immagini di flat field non coincide con quello con quello richiesto per ottenere l'immagine astronomica, perciò si dovrà prendere, se serve, anche una immagine di buio relativa all'immagine di flat field.

Una volta che le immagini di flat field sono state ripulite dall'immagine di bias, chiamiamo con w_i il segnale ottenuto dal singolo pixel illuminato da una radiazione di intensità uniforme I .

$$ff_i = q_i I_i$$

dove si indica con I_i il segnale sul pixel i -esimo che sarà in generale diverso a causa del rumore *shot*. Facciamo la media del segnale su tutta la matrice

$$\overline{ff} = \sum_j \frac{q_j I_j}{N}$$

ove N è il numero totale dei pixels del CCD. Dividiamo adesso tutti i segnali dei singoli pixels per la media, in modo che il loro valore sia vicino all'unità. Otteniamo quindi:

$$FF_i = \frac{ff_i}{\overline{ff}} = \frac{q_i I_i N}{\sum_j q_j I_j}$$

Nel caso di immagini spettrali il flat field non è uniforme lungo la direzione spettrale. Questo perchè lo spettro della sorgente che viene usata per ottenere il flat field, sia essa il cielo o una lampada, non è uniforme in lunghezza d'onda. Occorre fare una media del flat field riga per riga (indice i), in modo da ottenere una distribuzione spettrale media della sorgente e dividere l'immagine di flat field colonna per colonna per questa distribuzione spettrale media.

$$FF_{ij} = \frac{ff_{ij}}{\overline{ff}_i} = \frac{q_{ij} I_{ij} N}{\sum_k q_{kj} I_{kj}}$$

L'incertezza sull'immagine di flat field che può essere ottenuta sommando insieme n immagini, una volta sottratto il bias, è data da:

$$\sigma_{ff} = \sqrt{\frac{ff}{g} + 2n\sigma_B^2} \quad (inADU) \quad (4.4)$$

mentre l'incertezza su FF si ricava essere, nelle ipotesi, di solito ben verificate, in cui $ff_i \sim \overline{ff}$ e $\sigma_{ff_i} \sim cost$:

$$\sigma_{FF} \simeq \frac{\sigma_{ff}}{\overline{ff}} \quad (4.5)$$

Come per il bias si può calcolare l'incertezza su FF su un pixel medio e quindi avere un valore scalare invece di una matrice per i successivi calcoli dell'errore. Supponiamo adesso di fotografare un oggetto astronomico. In ciascun punto il segnale s_i sarà proporzionale all'efficienza quantica del pixel e all'intensità della radiazione giunta al telescopio, ovvero:

$$s_i = q_i I_i.$$

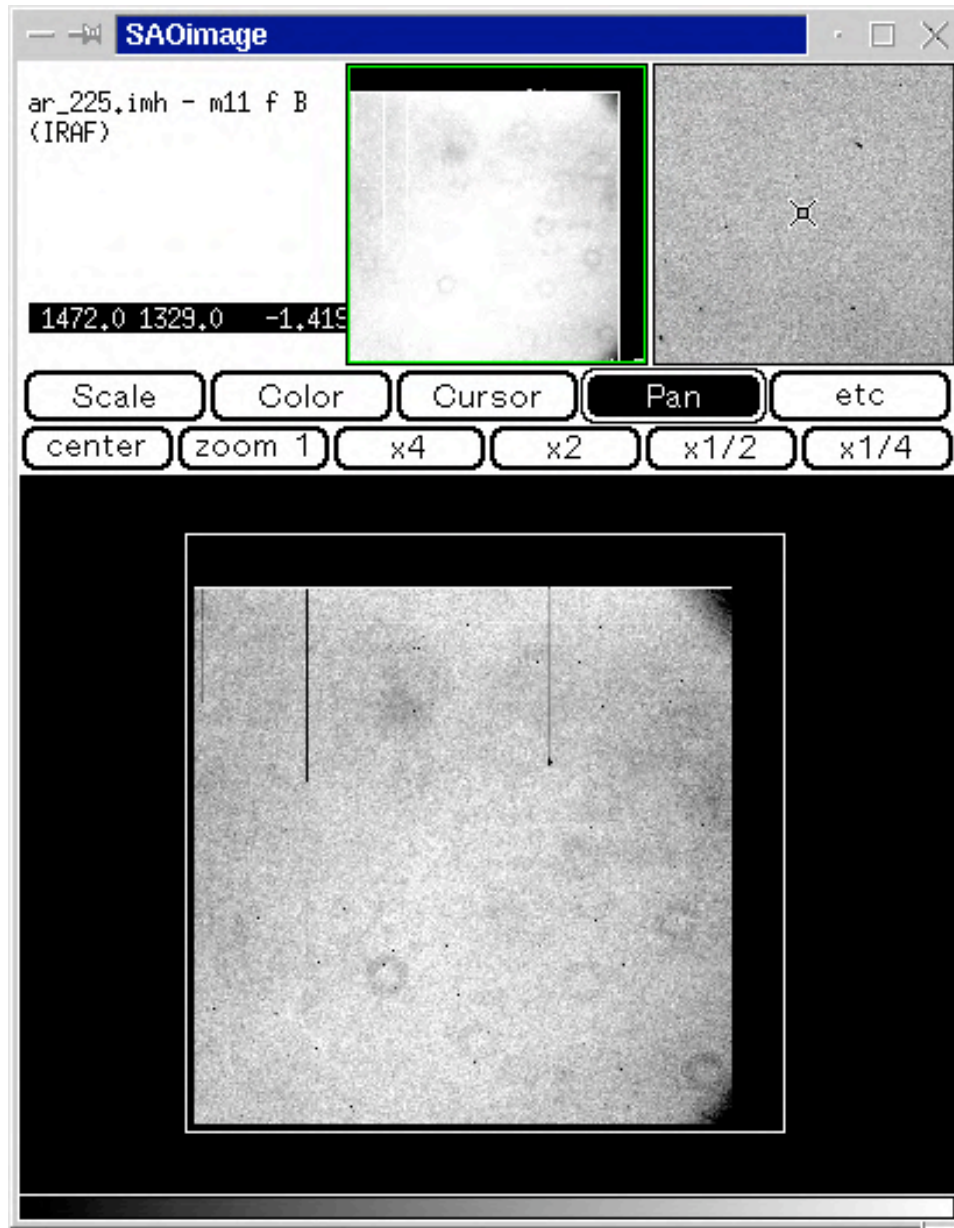


Figura 4.2.3: Immagine di *flat field* come mostrata da SAOIMAGE, si notino gli evidenti difetti di fabbricazione e gli anelli d'ombra formati dai granelli di polvere presenti sul filtro o sulla finestra del CCD. Si noti anche un danneggiamento in alto a destra. In realtà le variazioni sono largamente evidenziate dalla procedura di display del SAOIMAGE che attribuisce tutta la scala di grigi ad una varianza attorno alla mediana dell'immagine.

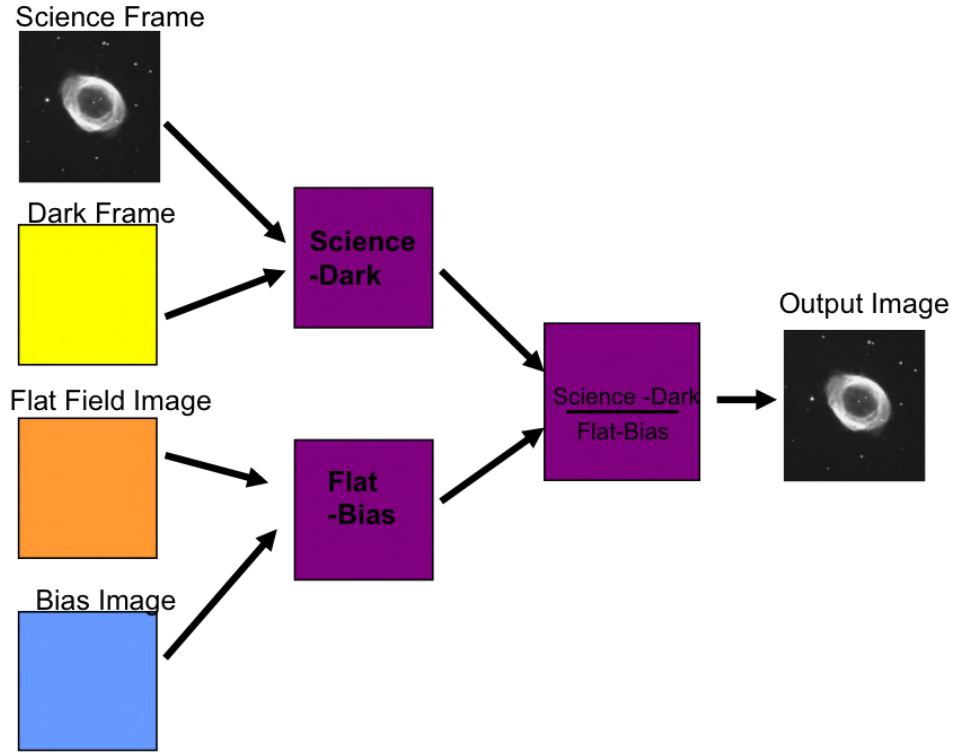


Figura 4.2.4: Correzione dell'immagine astronomica dagli effetti strumentali, quando l'immagine di buio è presente e non trascurabile.

Se adesso dividiamo, pixel a pixel, l'immagine astronomica per l'immagine di *flat field* come l'abbiamo definita più sopra:

$$\bar{s}_i = \frac{q_i I_i}{FF_i}$$

otteniamo che il segnale in ciascun pixel dell'immagine rapporto è indipendente dall'efficienza quantica di ciascun pixel, e quindi le misure ottenute su pixel diversi sono confrontabili.

4.2.2 Il processo di riduzione delle immagini

Il processo di riduzione delle immagini può essere espresso dalla seguenti relazione:

$$S_c = \frac{S - D}{FF} \quad (4.6)$$

oppure, nel caso di un rivelatore con segnale di buio trascurabile, come è per il CCD di Loiano:

$$S_c = \frac{S - B}{FF} \quad (4.7)$$

come sintetizzato nelle figure 4.2.4 e 4.2.5.

Dove le variabili sono le immagini stesse e le operazioni indicate si intendono eseguite pixel per pixel. Abbiamo indicato con:

- **S** immagine astronomica *grezza*;

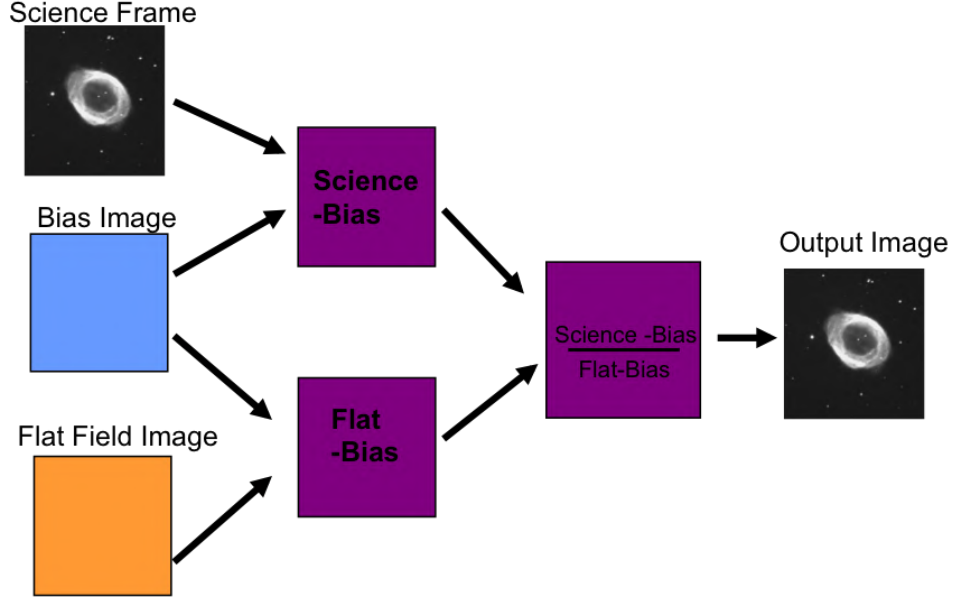


Figura 4.2.5: Correzione dell'immagine astronomica dagli effetti strumentali, quando l'immagine di buio è trascurabile.

- S_c immagine astronomica *pulita*;
- D immagine di *buio* relativa all'immagine astronomica;
- B immagine di *bias*;
- ff immagine di *flat field*;
- FF immagine di *flat field* corretta per il *bias* e **normalizzata** alla sua media;

Dove l'immagine di *flat field* normalizzata alla sua media si ottiene dalla relazione seguente:

$$FF = \frac{(ff - B)N_{\text{pixels}}}{\sum (F - B)_j}$$

Si considera in ogni caso trascurabile l'immagine di buio per il *flat field*, perché il tempo di acquisizione di un *flat field* è breve.

Come risulta chiaro dalle espressioni precedenti, a tutte le immagini grezze viene preliminarmente sottratta l'immagine di *bias*.

L'incertezza sull'immagine astronomica S_c si calcola nel modo seguente, nell'ipotesi che il segnale di buio sia trascurabile:

$$\sigma_{(S-B)} = \sqrt{\frac{(S-B)}{g} + 2\sigma_B^2}$$

in modo analogo all'eq.4.4.

L'incertezza sul segnale corretto per il flat field è:

$$\frac{\sigma_{S_c}}{S_c} = \sqrt{\frac{\sigma_{S-B}^2}{(S-B)^2} + \frac{\sigma_{FF}^2}{FF^2}} \quad (4.8)$$

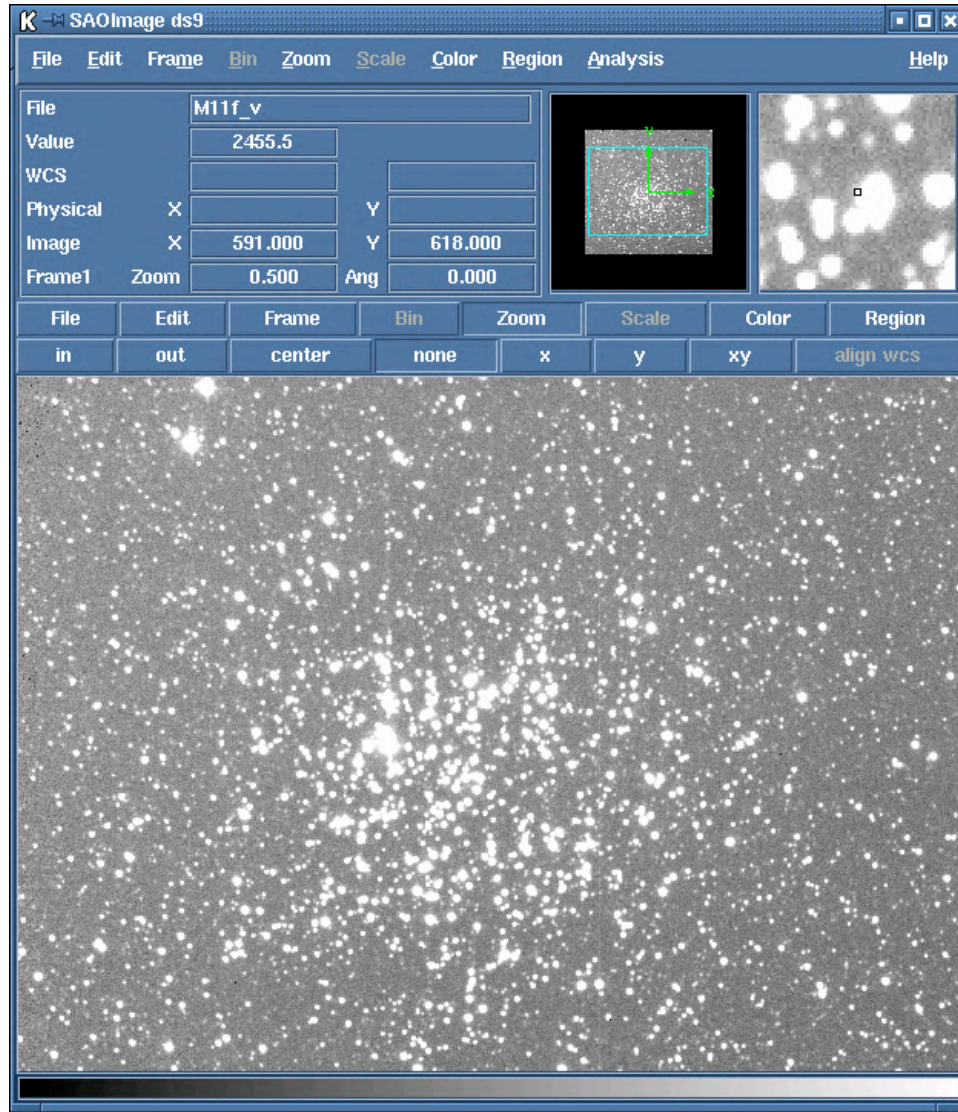


Figura 4.2.6: Immagine CCD dell'ammasso aperto M11 ottenuta al telescopio di Loiano, è stato rimosso dall'immagine l'effetto del *bias*. Anche questa immagine è stata stampata con SAOImage.

Poiché $FF \sim 1$ e $S_c \simeq S - B$, si ha:

$$\sigma_{S_c} \simeq \sqrt{\sigma_{S-B}^2 + (S - B)^2 \sigma_{FF}^2} = \sqrt{\frac{(S - B)}{g} + (S - B)^2 \sigma_{FF}^2 + 2\sigma_B^2} \quad (4.9)$$

4.2.3 Il cielo

Come del resto avviene nel caso nella fotometria eseguita con diaframmi, le misure fotometriche eseguite con le matrici CCD sono limitate in parte dalla luminosità del cielo, che purtroppo, su tutto il pianeta tende ad aumentare di anno in anno. Per ottenere quindi la *vera* luminosità degli oggetti astronomici si dovrà sottrarre l'effetto del cielo, operazione questa, particolarmente *costosa* in termini di rapporto segnale rumore come vedremo tra breve.

4.3 Immagini fotometriche

In questa sezione viene descritto come si valuta l'incertezza sulle immagini astronomiche, con particolare riferimento alla fotometria stellare.

4.3.1 Valutazione del rumore fotometrico

Quando si voglia valutare la magnitudine di un oggetto dalla sua immagine ottenuta con un CCD, diversi tipi di errori casuali concorrono a determinare l'errore finale. In questa sezione valuteremo il rapporto *segnale rumore* S/N (oppure anche SNR) di un'immagine a cui è stato sottratto il contributo del cielo. Consideriamo che l'immagine di un oggetto sottenda $N = n \times n$ *pixels* sulla superficie di un ricevitore bidimensionale, o diciamo più propriamente, che la brillantezza dell'oggetto sia valutata sommando il contributo di tutti gli N *pixels*. Il numero di conteggi S_o che potremo attribuire all'oggetto sarà quindi dato da:

$$S_o = \sum_{i=1}^N [S_{o+s}(i) - S_s(i)] \quad (4.10)$$

dove $S_{o+s}(i)$ indica il numero di conteggi, osservati nel pixel i dovuti alla radiazione emessa dall'oggetto (o) e dal cielo sottostante (s). Mentre i conteggi che si sarebbero osservati in assenza dell'oggetto sono S_s . Le immagini si considerano già *ripulite* da effetti di *bias* e *flat-field*. La statistica dei conteggi dipenderà dal numero dei fotoni che sono stati convertiti in elettroni dal CCD pertanto tutte le immagini saranno considerate in elettroni attraverso il fattore di guadagno g dato da

$$g = \frac{C_{elettroni}}{C_{ADU}}$$

I termini dell'eq(4.10) sono affetti da quattro sorgenti di rumore:

- il rumore stocastico che ha una distribuzione poissoniana, quindi la sua ampiezza, cioè la varianza del segnale è pari alla radice quadrata dei conteggi (questo vale tanto per il segnale, quanto per il cielo);
- il rumore di lettura (*readout noise*) caratterizzato da una varianza RON^2 in ciascun *pixel*;

- il rumore di troncamento attribuibile alla separazione delle letture analogiche in *bins* di valore discreto; questo effetto di troncamento è descritto da una variabile casuale uniformemente distribuita che ha un dominio di variabilità pari a g , cioè al guadagno del sistema, che indica quanti elettroni sono necessari per *far scattare* una ADU (*analog to Digital Unit*). Il momento secondo, cioè la varianza di questa distribuzione è data da :

$$T^2 = \frac{g^2 - 1}{12}$$

Combinando quanto abbiamo detto, il rumore di base B in ciascun pixel è dato da:

$$B^2 = R^2 + T^2.$$

Siccome R e T sono fissi per ciascun *set-up* sperimentale e P può essere reso costante sull'immagine, possiamo considerare il rumore di base B come costante su tutta la superficie del CCD.

Le fluttuazioni casuali di conteggio relative all'oggetto e al cielo sono scorrelate, per cui l'errore totale di conteggio si ottiene dalla somma quadratica dei singoli errori. Per cui la deviazione standard del numero di conteggi relativo a ciascun *pixel* espressa in ADU σ_{S_O} , dopo la sottrazione del cielo sarà:

$$\sigma_{S_O} = \sqrt{\sum (\sigma_{(S_{o+s}(i))}^2 + \sigma_{(S_s(i))}^2)} \quad (4.11)$$

dove

$$\sum \sigma_{(S_{o+s}(i))}^2 = \frac{S_o}{g} + N \frac{f_s}{g} + \sum S_{o+s}(i)^2 \sigma_{FF}^2 + N 2 \sigma_B^2$$

e

$$\sum \sigma_{(S_s(i))}^2 = N \frac{f_s}{g} + N f_s^2 \sigma_{FF}^2 + N 2 \sigma_B^2$$

dove si è assunto un cielo uniforme con $f_s = S_s/N$.

Il rumore totale nell'immagine si ottiene quindi come:

$$\sigma_{S_O} = \sqrt{\frac{S_o}{g} + 2N \left(\frac{f_s}{g} + \sigma_B^2 \right) + \sum S_{o+s}(i)^2 \sigma_{FF}^2 + N f_s^2 \sigma_{FF}^2}$$

4.3.2 Valutazione del rapporto segnale rumore

Il rapporto segnale rumore, S/N , è definito come:

$$\frac{S}{N} = \frac{S_o}{\sigma_{S_o}}$$

Assumendo per semplicità che l'errore su FF sia trascurabile si ha:

$$\frac{S}{N} = \frac{S_o}{\sqrt{\frac{S_o}{g} + 2N \left(\frac{f_s}{g} + \sigma_B^2 \right)}}$$

Moltiplicando numeratore e denominatore per il guadagno g si ottiene il rapporto segnale rumore espresso in elettroni. Inoltre, tenendo conto del tempo di integrazione, scrivendo $gS_o = St$, $gf_s = ft$ e $g^2 \sigma_B^2 = B^2$ si ha:

$$\frac{S}{N} = \frac{St}{\sqrt{St + 2N(ft + B^2)}} \quad (4.12)$$

oppure anche:

$$\frac{S}{N} = \frac{\sqrt{St}}{\sqrt{1+\xi}} \quad (4.13)$$

dove $\xi = \frac{2N(ft+B^2)}{St}$.

Si nota facilmente che il rapporto segnale rumore che tende al rumore della distribuzione di Poisson se ξ tende a zero. Questo è il caso in cui la misura avviene nelle condizioni di minor rumore possibile e prende il nome di *photon noise limited case*. Per avvicinarsi a questa condizione è evidente che dobbiamo tendere a rendere minimo ξ compatibilmente con le condizioni sperimentali.

Se il cielo non è trascurabile rispetto al segnale proveniente dall'oggetto allora $ft \gg B^2$ e $\xi \approx 2Nf/S$ e la misura si dice *sky limited*.

Mentre se la misura è limitata dal rumore di base avremo $\xi \approx 2NB^2/St$, essa si dice *RON limited*.

Incertezza sulla misura della magnitudine e dell'indice di colore

Ricordando che la magnitudine della stella incognita si ricava utilizzando le stelle standard per determinare la costante additiva e che per ciascuna banda di lunghezze d'onda si calcola:

$$m = m^{(s)} + 2.5 \log d^{(s)} - 2.5 \log d$$

Questo se si ha una stella standard. Se si hanno più stelle standard allora si possono calcolare tanti valori di $-2.5 \log k$ e ricavare poi la media e lo scarto massimo o la deviazione standard.

Posto $K = -2.5 \log k$, si ha:

$$m = K - 2.5 \log d$$

L'errore che si commette nel valutare la magnitudine si calcola dalle relazioni precedenti:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_K^2 + \left(\frac{2.5}{\ln 10} \frac{1}{d} \right)^2 \sigma_d^2}$$

Ricordando che d è proprio il segnale misurato che $\frac{2.5}{\ln 10} = 1.0857 \sim 1$ e quanto detto nel paragrafo precedente, si trova:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_K^2 + \left(\frac{S}{N} \right)^{-2}}$$

In modo analogo, per l'indice di colore B-V si ha:

$$\sigma_{B-V} = \sqrt{\sigma_{K_B}^2 + \sigma_{K_V}^2 + \left(\frac{S}{N} \right)_B^{-2} + \left(\frac{S}{N} \right)_V^{-2}}$$

Naturalmente in tutta questa trattazione non abbiamo tenuto conto di fattori esterni alla camera CCD e al sistema di acquisizione, come la scintillazione atmosferica e gli errori connessi con la trasformazione del sistema di magnitudini strumentali al sistema di riferimento adottato.

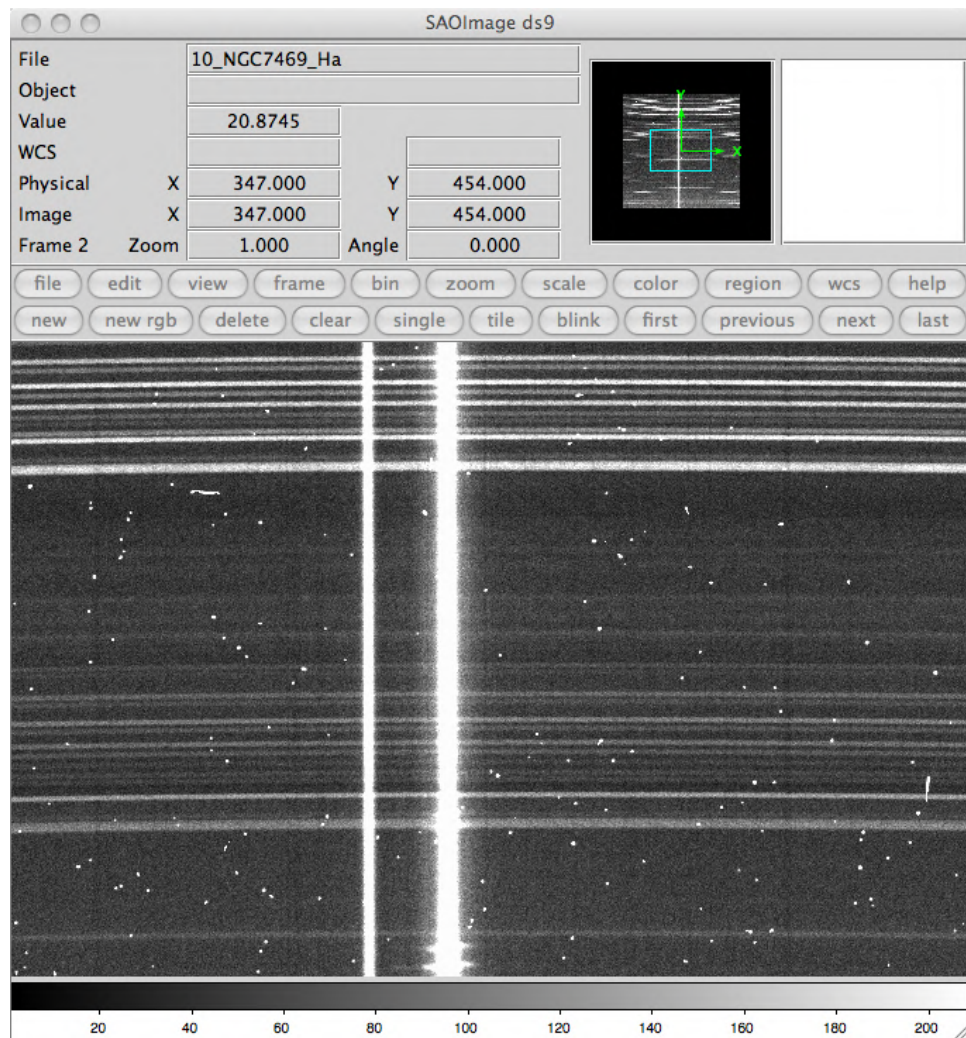


Figura 4.4.1: Immagine spettrale della galassia NGC7469 (vedi testo per la descrizione dell'immagine).

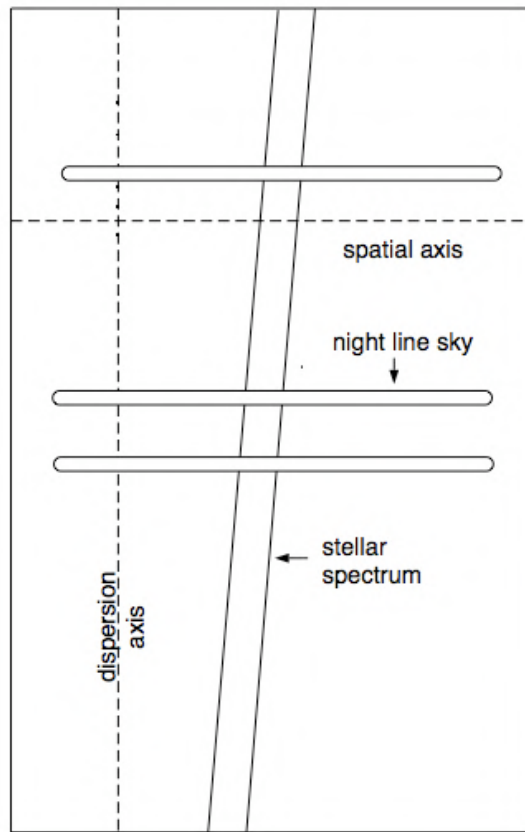


Figura 4.4.2: Immagine spettrale stilizzata.

4.4 Immagini spettrali

Quando sul piano focale del telescopio viene inserita una fenditura e lo strumento di piano focale è uno spettrometro, si ottiene sul rivelatore un'immagine come quella mostrata in Fig.4.4.1.

L'immagine che si ottiene è quella della fenditura riprodotta per lunghezze d'onda diverse lungo la direzione verticale dell'immagine in Fig.4.4.1, direzione che rappresenta quella della dispersione spettrale. Lo spettro della galassia è la striscia luminosa verticale più larga al centro dell'immagine. Alla sua sinistra c'è lo spettro di una stella, anch'esso uno spettro continuo. Le righe orizzontali luminose sono le righe più intense emesse o diffuse dal cielo, prevalentemente dovute all'illuminazione artificiale delle strade. Le sottili righe scure verticali sono granelli di polvere sulla fenditura, mentre i punti luminosi sono dovuti al passaggio di raggi cosmici, o a particelle di radioattività, oppure a *pixel caldi*.

La Fig.4.4.2 mostra uno spettro stilizzato in un caso generale, nel quale l'immagine della fenditura risulta parallela a uno dei due lati del CCD.

Lo spettro in generale può risultare inclinato rispetto alla direzione di dispersione per i seguenti motivi:

- cromatismo delle ottiche;
- reticolo non allineato;

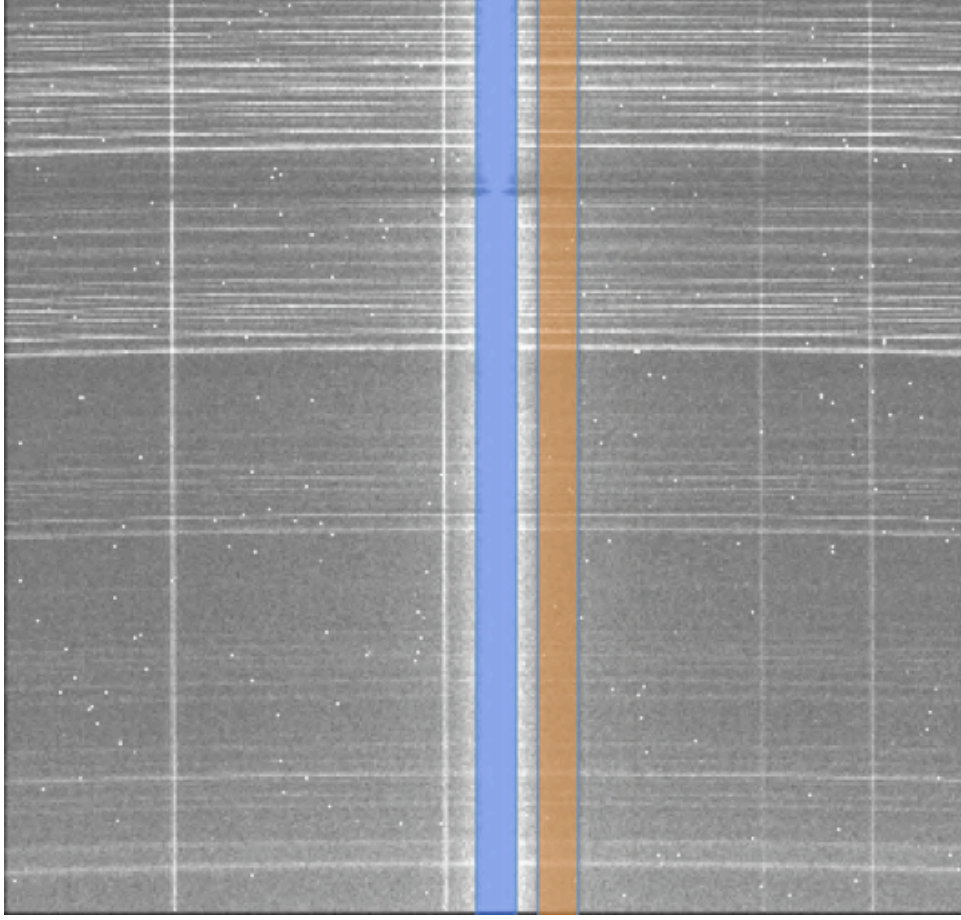


Figura 4.4.3: Immagine spettrale di una galassia con le finestre di estrazione (blu) e del fondo (arancio).

- rifrazione atmosferica differenziale.

Per ottenere lo spettro della galassia ripulito dagli effetti strumentali e dal cielo occorre definire la *finestra di estrazione* e la *finestra del fondo*, che sono, rispettivamente, la finestra sull'immagine dove si estrae lo spettro della galassia (+ il cielo) e la finestra dove si estrae il cielo da sottrarre. La finestra del cielo, come mostrato in Fig.4.4.3, deve essere il più prossima possibile alla finestra di estrazione in modo da avere valori di cielo più simili possibile a quello sottostante l'oggetto osservato.

Per ottenere il profilo spettrale dell'oggetto si integra l'immagine sulle righe della finestra di estrazione e si sottrae il cielo, anch'esso integrato sulle righe.

$$S_{sp}^{(j)} = \sum_{i=1}^m S_i^{(j)} - \sum_{i=1}^m S_{F_i}^{(j)} = S^{(j)} - m \cdot F^{(j)} \quad (4.14)$$

dove $S_{sp}^{(j)}$ è lo spettro dell'oggetto osservato (j corrisponde al pixel j nella direzione spettrale), $S_{F_i}^{(j)}$ è il valore del fondo del cielo che si assume poi essere uniforme lungo una riga: $S_{F_i}^{(j)} = F^{(j)}$.

L'incertezza su ciascun punto dello spettro si ottiene con:

$$\sigma_{S_{sp}^{(j)}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\sigma_{(S_i^{(j)})}^2 + \sigma_{(F_i^{(j)})}^2)} \quad (4.15)$$

ma:

$$\sum_{i=1}^m \sigma_{(S_i^{(j)})}^2 = \frac{S_{sp}^{(j)2}}{g} + m \frac{F^{(j)2}}{g} + \sum_{i=1}^m S_i^{(j)2} \sigma_{FF_j}^2 + m 2 \sigma_B^2 \quad (4.16)$$

e:

$$\sum_{i=1}^m \sigma_{(F_i^{(j)})}^2 = m \frac{F^{(j)2}}{g} + m F^{(j)2} \sigma_{FF_j}^2 + m 2 \sigma_B^2$$

da cui:

$$\sigma_{S_{sp}^{(j)}} = \sqrt{\frac{S_{sp}^{(j)2}}{g} + 2m \left(\frac{F^{(j)2}}{g} + 2 \sigma_B^2 \right) + \sum S_i^{(j)2} \sigma_{FF_j}^2 + m F^{(j)2} \sigma_{FF_j}^2}$$

Per la valutazione del rapporto segnale rumore si opera in stretta analogia con quanto riportato nel par.4.3.2.

4.5 Massimizzazione del rapporto segnale rumore

Per massimizzare la precisione di una misura fotometrica si cercherà con ogni mezzo di far tendere a zero la quantità ξ . Discuteremo qui di seguito un certo numero di accorgimenti che conducono a minimizzare ξ . Bisogna tener conto che lo sperimentatore è costretto dal problema astrofisico ad osservare oggetti di data brillantezza e date dimensioni angolari e quindi, ovviamente, non può aumentare il rapporto S/N andando ad osservare oggetti più brillanti o di minore estensione angolare. Analogamente vi sono fattori su cui l'osservatore non può esercitare alcun controllo, come per esempio la freschezza dell'alluminio che ricopre gli specchi, il seeing, o la trasparenza del cielo. Tuttavia lo sperimentatore ha dei margini di manovra che possono risultargli utili per progettare l'osservazione in modo da non degradare la precisione delle sue misure oltre il limite imposto dalla strumentazione utilizzata. Per minimizzare ξ bisogna quindi cercare di:

1) acquisire il massimo numero di conteggi C_0 possibili operando nel modo seguente:

- usare uno strumento il più *trasparente* possibile e un CCD ad alta efficienza quantica;
- lavorare in condizioni di alta trasparenza atmosferica;
- utilizzare filtri ad alta trasmissione, o se compatibile con l'esperimento, allargare il più possibile la banda passante
- allungare, il più possibile i tempi di posa

2) Ridurre il più possibile il rumore il conteggio medio del fondo f_s

- scegliere un cielo scuro e una notte senza Luna per fare le osservazioni
- minimizzare la luce diffusa da sorgenti spurie, vicino al CCD

- utilizzare filtri che eliminino le righe di emissione del cielo

3) Ridurre il più possibile il numero di pixels, n interessati dall'oggetto, diminuendo il più possibile la scala sul piano immagine. Operando in questa maniera si massimizza la densità di energia sul piano immagine e si minimizza il numero di pixels che contribuiscono al rumore di base. Ridurre n può comportare tuttavia un sottocampionamento dei dati. Se per esempio è necessario rivelare sorgenti deboli allora la scala dell'immagine deve essere leggermente più grande di quella critica di 2 pixels lineari (4 sull'immagine) per ogni larghezza totale a metà altezza richiesta dal teorema del campionamento. Questo risultato si ottiene utilizzando un riduttore di focale.

4) Ridurre il più possibile il rumore di base ricorrendo ai seguenti accorgimenti:

- usare un CCD la cui elettronica dia un basso rumore di lettura
- utilizzare se controllabile un guadagno basso per minimizzare l'errore di troncamento e naturalmente utilizzare aritmetica in virgola mobile per la riduzione dei dati
- minimizzare il rumore introdotto nella riduzione delle immagini usando immagini di buio e di *bias* ad alto S/N

4.6 Frange e *superflat*

Per completare l'argomento analisi dati, è utile menzionare l'effetto di *fringing* (o frange)². Questo effetto diviene visibile e fastidioso, se si vuole calibrare radiometricamente le immagini, quando si usano CCD retro-illuminati e si lavora nel rosso o nel vicino infrarosso. L'effetto di frange è dovuto ad un fenomeno di interferenza della luce rossa/infrarossa prodotta dal fondo del cielo nel substrato assottigliato del CCD retro-illuminato, che diventa trasparente a queste lunghezze d'onda.

Di solito si genera un profilo di frange come quello mostrato nella figura 4.6.1. Per correggere l'immagine occorre un buon *superflat*.

4.6.1 *superflat*

Il *Superflat* è un *flat field* aggiuntivo (o modello di fondo del cielo) che si ottiene da dati già corretti per il *flat field*. Il *superflat* può essere ottenuto solo da campi vuoti, ovvero regioni prive di oggetti estesi. Lo spostamento del telescopio tra esposizioni successive (*dithering*) deve essere molto più grande delle dimensioni del più grande oggetto nel campo. Un buon *superflat* richiede almeno da 5 a 10 immagini. Se l'oggetto da osservare è esteso, è necessario prendere un po' di immagini di un campo vuoto nelle vicinanze dell'oggetto. Le immagini vanno quindi combinate estraendo la mediana (in questo modo si rimuovono le stelle), dopo aver precedentemente normalizzato allo stesso *background* tutte le immagini. Successivamente, l'immagine di *superflat* deve essere filtrata con uno *smoothing* gaussiano per ridurre il rumore.

Il *superflat* si usa quando l'immagine non è *flat* dopo essere stata corretta col *flat field*. Ci sono due possibili motivi per questo:

²Argomento tratto da: <http://www.astro.uni-bonn.de/~mischa/datareduction.html>

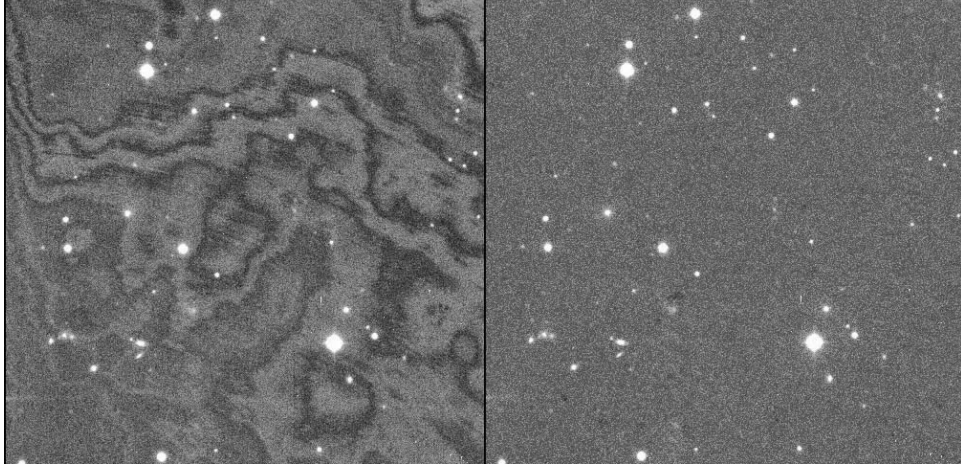


Figura 4.6.1: Frange nella banda I con un CCD retro-illuminato. L'immagine è stata acquisita durante una notte fotometrica, e quindi è stato possibile correggere correttamente l'immagine (a destra). (Image: WFI@2.2m MPG/ESO telescope, La Silla, Chile)

- il *flat field* non è corretto, cioè l'area del rivelatore non è illuminata uniformemente, oppure c'è luce diffusa sovrapposta all'immagine di *flat*, oppure la banda spettrale del *flat* differisce da quella dell'immagine astronomica.
- Il cielo non è illuminato uniformemente (luce diffusa, airglow)

Nel primo caso l'immagine viene divisa per il *superflat* normalizzato, perché l'effetto di un cattivo *flat field* è moltiplicativo.

Nel secondo caso, il *superflat* dovrebbe essere scalato così che la sua luminosità coincida con quella di una singola esposizione, e quindi viene sottratta, perché la luce diffusa è di natura additiva.

Se sono presenti entrambi gli effetti, è molto difficile separarli.

4.6.2 Correzione delle frange

Il primo passo è quello di estrarre il modello di frange, FM , dal *superflat*. FM si ottiene sottraendo all'immagine di *superflat* la stessa immagine alla quale è stato fatto uno *smoothing* con un *kernel* molto grande (200-300 pixel) (Immagine SF e sua media o mediana $\langle SF \rangle$). Quello che rimane sono solo le frange, con qualche fluttuazione pixel-pixel³. In una notte fotometrica (che significa chiara e stabile) l'ampiezza delle frange è proporzionale al valor medio (mediano) del fondo del cielo ($\langle Sky \rangle$) della singola immagine. Si può creare un'immagine di correzione delle frange nel seguente modo:

$$Superflat_{frange} = FM \cdot \frac{\langle Sky \rangle}{\langle SF \rangle} \quad (4.17)$$

In cielo non fotometrico o nelle notti instabili l'ipotesi che le frange siano proporzionali al fondo del cielo non funziona più. La principale causa delle frange è l'emissione dell'OH in alta atmosfera, e il rapporto delle righe può variare rapidamente nel tempo (minuti) e nello spazio (minuti d'arco). Quindi,

³Le immagini di flat si considerano normalizzate al valore unitario



Figura 4.6.2: Immagine grezza (a sinistra). Immagine corretta per il buio e per il *flat field* (al centro). Chiaramente la luna ha lasciato l'impronta anche perché il *flat field* non era buono. Immagine corretta con superflat (a destra).

il fattore di scala delle frange varia in modo complesso attraverso il CCD, e ciò può rendere l'effetto non correggibile.

Correggendo le frange si rimuove un effetto sistematico, tuttavia resta il rumore pixel-pixel che viene introdotto nell'immagine dal modello delle frange. Se l'interferenza è molto pronunciata (per esempio, il 10% - 30% del fondo del cielo nel filtro I) allora 5 immagini per il *superflat* possono essere sufficienti, poiché le frange dominano sulle variazioni pixel-pixel. Se però è a livello di pochi punti percentuali (ad esempio un filtro R a banda larga), allora si dovrebbero acquisire almeno 20-30 immagini.