

UNITA' DI MISURA

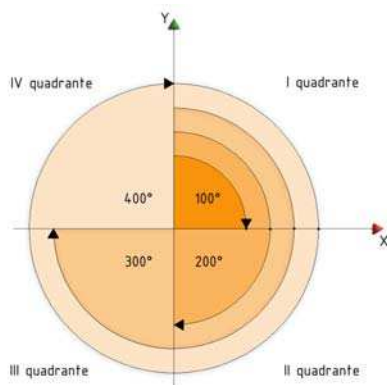
distanze

L'unità di misura abitualmente impiegata per esprimere le distanze è il *metro*. Per grandezze molto piccole è opportuno ricorrere ai sottomultipli, centimetro e millimetro.

angoli

Tutte le strumentazioni topografiche moderne impiegano il **sistema centesimale**: il primo centesimale è definito come $1/400$ dell'angolo giro ed è chiamato anche gon. Un angolo retto è quindi pari a 100^g e un angolo piatto a 200^g . I sottomultipli sono il *primo centesimale* [c], definito come la centesima parte del gon, ed il *secondo centesimale* [cc], definito come la decimillesima parte del gon. Il *milligon* è definito come millesima parte del gon.

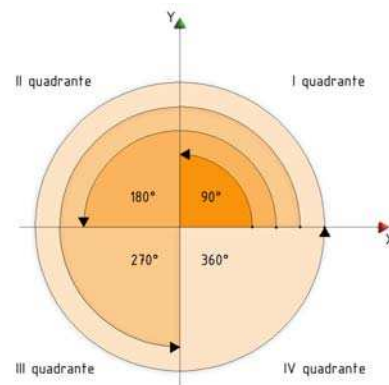
In topografia si assume come positivo il senso di rotazione orario.



$123^g,4567$
 $123 \text{ gon}, 45 \text{ primi}, 67 \text{ secondi}$
 45°
 45 primi
 $34^{cc},5$
 $34 \text{ secondi virgola } 5$
 $0^g,345 \text{ o } 345 \text{ mgon}$
 345 milligon

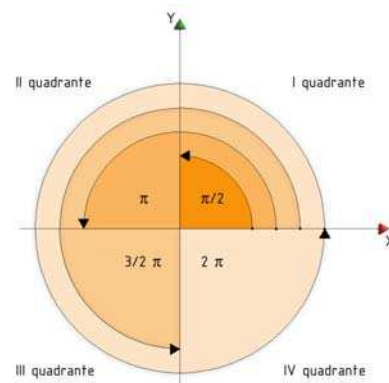
In cartografia, le coordinate geografiche dei punti sono espresse nel **sistema sessagesimale**: il *grado sessagesimale* è definito come $1/360$ dell'angolo giro. Un angolo retto è quindi pari a 90° e un angolo piatto a 180° . I sottomultipli sono il *primo sessagesimale*

['], pari a $1/60$ del grado sessagesimale [°] ed il *secondo sessagesimale*, pari a $1/60$ del primo sessagesimale; le frazioni di secondo sono espresse nel sistema decimale. Per trasformare l'ampiezza di un angolo sessagesimale in altre unità di misura è necessario prima esprimerlo nel sistema sessagesimale.



$12^\circ 34' 56''$
 $12 \text{ gradi}, 34 \text{ primi}, 56 \text{ secondi}$
 $12'',5$
 $12 \text{ secondi virgola } 5$

Il **sistema ciclotrimetrico o matematico** è impiegato dai computer per il calcolo delle funzioni trigonometriche: l'unità di misura è il *radiante*, definito come l'angolo al centro di una circonferenza che sottende un arco di lunghezza pari al raggio della circonferenza stessa. E' un sistema di misura a base decimale.



Conversioni angolari

Per convertire il valore numerico di un angolo espresso in gradi sessagesimali in un altro sistema di misura è necessario in primo luogo convertirlo nel **sistema sessadecimale**.

Ricordando che

$$1' = 60''$$

$$1^\circ = 60'$$

la trasformazione dell'angolo α da sessagesimale a sessadecimale è:

$$\alpha = 12^\circ 34' 56'' \quad \text{sessages.$$

$$\alpha = [(56/60) + 34]/60 + 12 = 12^\circ,5822 \quad \text{sessadec.}$$

La conversione degli angoli da un sistema decimale all'altro si basa sulla proporzione

$$\frac{\alpha^g}{200} = \frac{\alpha^\circ}{180} = \frac{\alpha_{\text{rad}}}{\pi}$$

L'ampiezza dell'angolo α espresso in gradi centesimali sarà:

$$\alpha^g = \frac{12^\circ,5822}{180^\circ} \cdot 200^g = 13^g,9802$$

L'ampiezza dell'angolo α espresso in radianti sarà:

$$\alpha_{\text{rad}} = \frac{12^\circ,5822}{180^\circ} \cdot \pi = 0,219601$$

Per definire il numero di cifre decimali significative nelle conversioni angolari occorre considerare con quale approssimazione l'angolo è espresso nel sistema di partenza. Nell'esempio riportato α è espresso con l'approssimazione del secondo sessadecimale; trasformando tale valore prima nel sistema sessadecimale e quindi in quello matematico si ottiene:

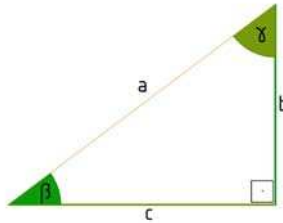
$$\frac{1''}{3600''} = 0^\circ,0003$$

$$0^\circ,0003 \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,000005$$

Per non perdere informazioni sul valore dell'angolo α a causa di troncamenti o arrotondamenti, il valore dell'angolo espresso nel sistema matematico è stato approssimato alla sesta cifra decimale.

TRIANGOLI RETTANGOLI

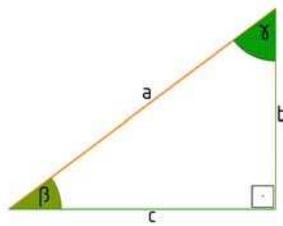
- relazioni tra cateti



$$c = b \cdot \operatorname{tg} \gamma = b \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

$$b = c \cdot \operatorname{tg} \beta = c \cdot \operatorname{ctg} \gamma$$

- relazioni con l'ipotenusa

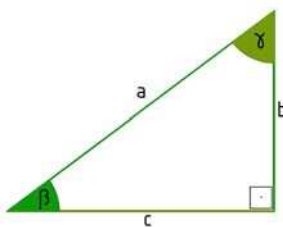


$$a = b \cdot \sin \beta = c \cdot \sin \gamma$$

$$b = \frac{a}{\sin \beta} = \frac{a}{\cos \gamma}$$

$$c = \frac{a}{\sin \gamma} = \frac{a}{\cos \beta}$$

- relazioni tra i lati



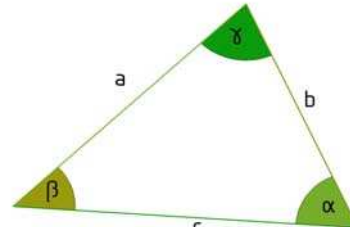
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

TRIANGOLI QUALSIASI

- relazioni tra lati e angoli (teorema dei seni)



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- teorema di Carnot

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

- teorema di Nepero

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\tan \frac{\alpha + \beta}{2}}{\tan \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

Esercizi di topografia elementare

1. Dato un triangolo qualunque ABC, noti due lati e l'angolo compreso, calcolare il terzo lato:

$$a = 695,52m \quad b = 1675,40m \quad \gamma = 38^{\text{gon}},6543 \quad c = 1173,34m$$

$$a = 785,48m \quad b = 382,57m \quad \gamma = 53^{\text{gon}},8724 \quad c = 604,14m$$

2. Dato un triangolo qualunque ABC, noti due lati e l'angolo compreso, calcolare la superficie:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$a = 131,20m \quad b = 159,70m \quad \gamma = 84^{\text{gon}},8086 \quad S = 10179,46m^2$$

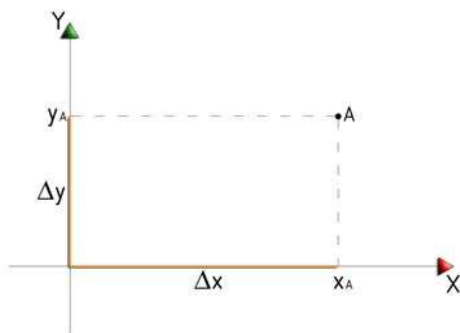
$$a = 1453,12m \quad b = 546,84m \quad \gamma = 73^{\text{gon}},5427 \quad S = 363492,14m^2$$

SISTEMI DI RIFERIMENTO PIANI

Per trattare analiticamente problemi geometrici è necessario dimensionare e posizionare i diversi enti geometrici tramite numeri ed equazioni. Per fare questo è indispensabile definire un sistema di riferimento.

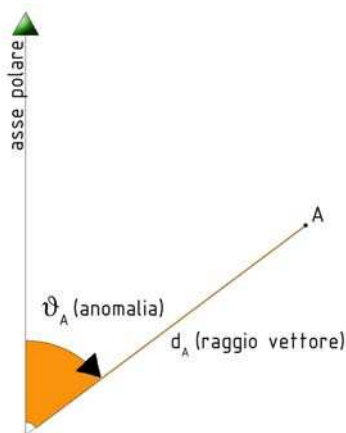
cartesiano

La posizione di un punto A è definita dalle coordinate X_A e Y_A , proiezioni ortogonali di P sugli *assi cartesiani* X e Y.



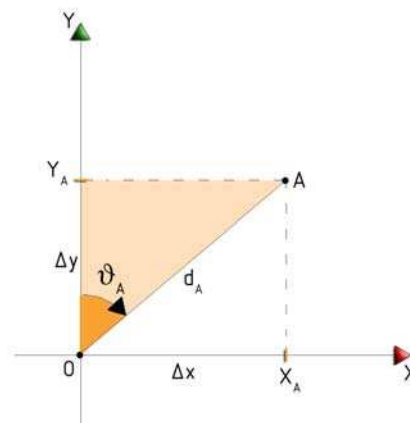
polare

La posizione di un punto A è individuata dalla distanza rispetto al *polo* e dall'angolo definito dalla rotazione oraria che sovrappone l'*asse polare* al *raggio vettore* OA (*anomalia*). Anomalia e raggio vettore costituiscono le coordinate polari.



relazioni tra sistemi di riferimento

Considerando un sistema di riferimento polare con polo coincidente con l'origine di un sistema cartesiano e asse polare coincidente, in verso e direzione, con l'asse Y, si possono definire le relazioni che consentono di trasformare le coordinate di un punto A



$$X_A = d_A \cdot \sin \vartheta_A$$

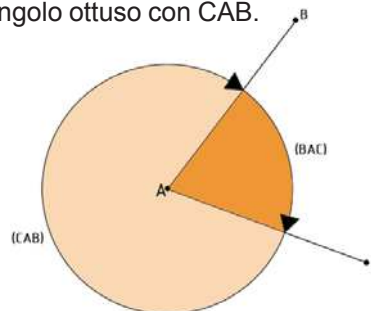
$$Y_A = d_A \cdot \cos \vartheta_A$$

$$d_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$$

$$\vartheta_A = \arctan \frac{X_A}{Y_A}$$

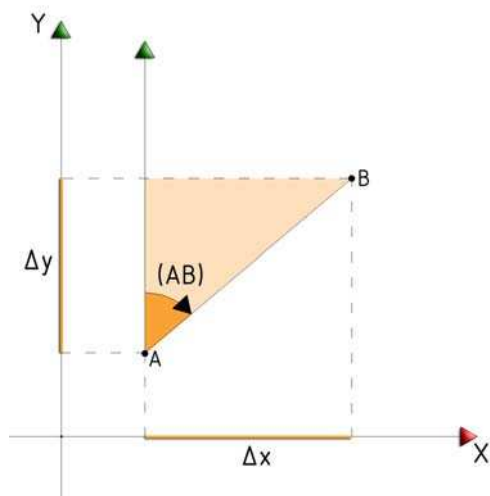
ANGOLO PIANO

L'angolo piano tra due semirette orientate è la rotazione oraria che una semiretta deve compiere attorno al punto di intersezione con la seconda semiretta per sovrapporsi a quest'ultima. L'angolo acuto rappresentato in figura si indica con la notazione BAC, l'angolo ottuso con CAB.

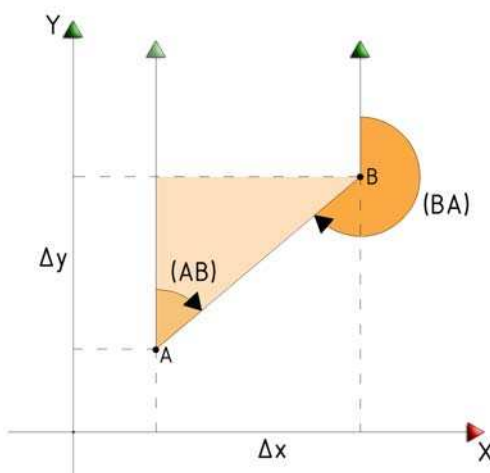


ANGOLO DI DIREZIONE

L'angolo di direzione di un segmento AB è la rotazione oraria compiuta da una parallela all'asse Y del sistema di riferimento, passante per un estremo, per sovrapporsi al segmento stesso. Si indica con la notazione (AB) .



E' evidente che per ogni segmento si possono individuare due angoli di direzione: con riferimento alla figura sono (AB) e (BA) .



L'angolo di direzione della semiretta AB può essere determinato se si conoscono le coordinate cartesiane

dei due punti A e B

$$(AB) = \arctan \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}$$

La relazione tra gli angoli di direzione riferiti agli estremi opposti di un segmento è:

$$(BA) = (AB) \pm \pi$$

In generale, noto (AB) , angolo di direzione della semiretta orientata AB, l'angolo di direzione della semiretta orientata BA si può determinare secondo la relazione:

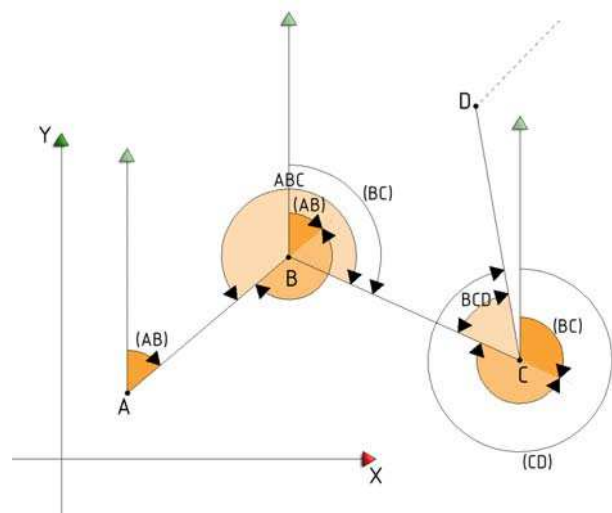
$$(BA) = (AB) + \pi \text{ se } (AB) < \pi$$

$$(BA) = (AB) - \pi \text{ se } (AB) > \pi$$

Trasporto dell'angolo di direzione

Si consideri un spezzata con vertici A, B, C,.... e si considerino noti l'angolo di direzione (AB) , del primo lato della spezzata, e gli angoli piani ABC, BCD ecc...

Si devono preliminarmente fissare due convenzioni. E' necessario decidere un verso di percorrenza e assegnare ai punti i nomi che tengano conto di tale verso: il punto A precede B, ecc... e si adotta un senso orario per quanto riguarda gli angoli formati dai segmenti ABC e BCD..... e quindi la rotazione che permette di sovrapporre un lato al successivo.



Si vogliono calcolare gli angoli di direzione successivi al primo (AB), noto.

Basta calcolare i corrispondenti angoli di direzione reciproci, aggiungere l'angolo misurato nel vertice e sottrarre 2π se il risultato del calcolo supera 2π .

$$(BC) = (BA) + ABC - 2\pi$$

$$(BC) = (AB) + \pi + ABC - 2\pi$$

$$(BC) = (AB) + ABC - \pi$$

Si può generalizzare dicendo che l'angolo di direzione di un vertice si ottiene sommando all'angolo di direzione del vertice precedente, l'angolo piano compreso tra i due segmenti; se la somma è maggiore di π si deve sottrarre π , se la somma è minore di π , si deve aggiungere π .

Trasporto delle coordinate cartesiane lungo una spezzata

Si consideri un spezzata con vertici A, B, C,... e si considerino noti gli angoli di direzione di tutti i lati, le lunghezze di tutti i lati e le coordinate cartesiane del vertice di partenza.

Si vogliono determinare le coordinate cartesiane di tutti i vertici della spezzata.

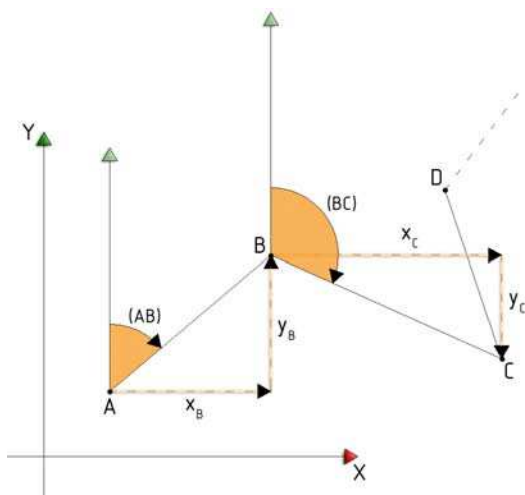
$$x_B = d_{AB} \sin(AB)$$

$$y_B = d_{AB} \cos(AB)$$

$$x_C = d_{BC} \sin(BC)$$

$$y_C = d_{BC} \cos(BC)$$

Si determinano dapprima le *coordinate parziali* di ogni vertice rispetto al precedente, origine del sistema locale:



Successivamente si procede al calcolo delle *coordinate totali* di ogni vertice come somma delle coordinate totali del vertice precedente e delle *coordinate parziali* del vertice in esame:

$$X_B = X_A + x_B$$

$$Y_B = Y_A + y_B$$

$$X_C = X_B + x_C$$

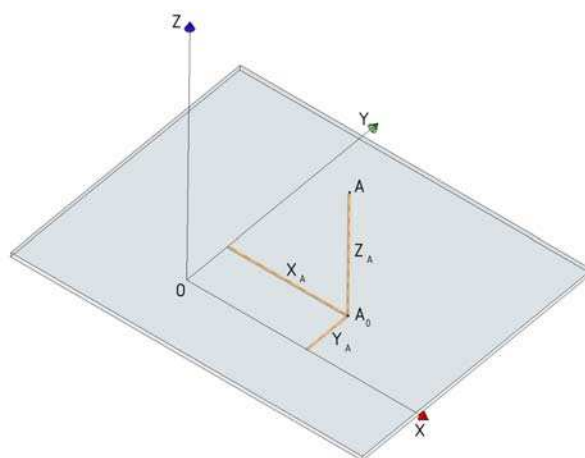
$$Y_C = Y_B + y_C$$

SISTEMI DI RIFERIMENTO SPAZIALI

sistema di riferimento cartesiano

E' definito da una terna di rette ortogonali tra loro, sulle quali si fissa il riferimento cartesiano, con origine nel punto comune alle tre rette.

Il punto A è così identificato dalle sue coordinate X_A, Y_A, Z_A .



sistema di riferimento sferico

E' definito da un punto O (polo), da un piano α , da una semiretta di origine OO_1 (asse polare), appartenente al piano α , da un'angolo che definisce le rotazioni sul piano (in topografia, per convenzione, si considera positivo il senso orario) e da una semiretta OO_2 perpendicolare al piano.

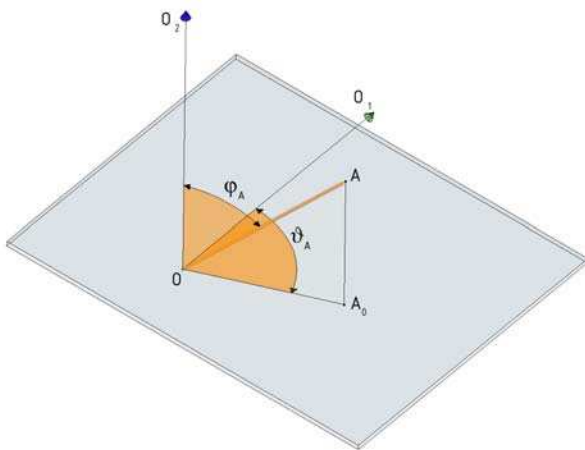
Considerato il punto A e la sua proiezione A_0 sul piano, si individuano le seguenti grandezze:

- la lunghezza d del segmento OA, coincidente con il

raggio vettore;

- l'angolo ϑ_A (anomia), coincidente alla rotazione oraria che sovrappone l'asse polare OO_1 alla semiretta OA_0 ;
- l'angolo φ_A , coincidente alla rotazione oraria che sovrappone la semiretta OO_2 alla semiretta OA .

Le quantità $d, \vartheta_A, \varphi_A$, sono le coordinate sferiche del punto A.



GRANDEZZE OSSERVABILI

Le misure topografiche sono finalizzate a definire la posizione di punti nello spazio, rispetto ad un sistema di riferimento. Tale posizione è espressa tramite una terna di coordinate cartesiane (X, Y, Z o E, N, Q) che possono sempre essere determinate, per via indiretta, a partire da **misure angolari** e di **distanza**.

angolo azimutale

L'angolo azimutale tra A e B, misurato in O è la sezione normale dell'angolo solido (diedro) formato da due piani verticali, aventi per costola la verticale passante per il punto di stazione (O) e contenenti rispettivamente i punti fra i quali si vuole misurare l'angolo azimutale stesso (A e B).

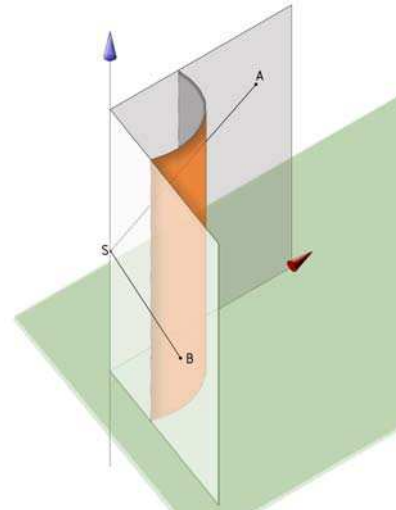
direzione azimutale

E' la lettura eseguita sul cerchio azimutale ed indica la giacitura di un piano verticale, contenente l'asse di collimazione, rispetto ad una qualsiasi direzione prestabilita.

Si supponga di voler misurare l'angolo AOB. Con il teodolite in stazione sul punto O, si collimano i punti A e B e si leggono sul cerchio orizzontale i valori

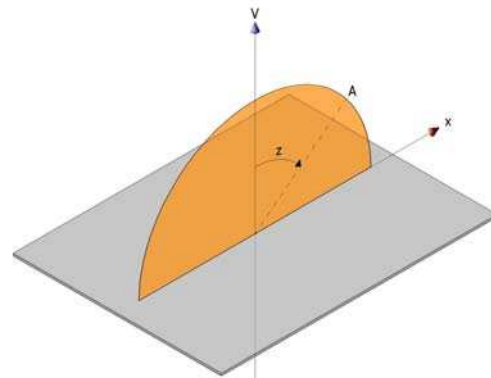
corrispondenti alle direzioni azimutali L_A e L_B . L'angolo azimutale AOB risulta pari alla differenza tra la direzione azimutale del punto avanti e la direzione azimutale del punto indietro.

$$AOB = L_B - L_A$$



angolo zenitale

Appartiene ad un piano verticale ed è compreso tra la verticale V passante per il vertice di stazione e la congiungente il punto che si vuole misurare.



distanza

In topografia la distanza che viene misurata tra due punti per via diretta è sempre la distanza inclinata, cioè la congiungente in linea retta i due punti in esame. La distanza topografica (o orizzontale) è invece la proiezione della distanza inclinata su un piano orizzontale.

STRUMENTI TOPOGRAFICI

Goniometri, distanziometri, stazioni totali

Gli strumenti in grado di effettuare misure di angoli sono detti *goniometri*; in base alla loro precisione si distinguono in *tacheometri* (precisione angolare di $50''$ - $100''$) e *teodoliti* (precisione angolare fino a $1''$ - $0''{,}5$). Le distanze, la cui misura diretta ha costituito un problema in passato, si misurano oggi con *distanziometri a onde elettromagnetiche* (EDM). I distanziometri hanno introdotto significative variazioni nei vecchi schemi di rilievo ed hanno reso più agevole l'esecuzione delle misure con il raggiungimento di precisioni più elevate in tempi più rapidi.

Da qualche decina d'anni goniometri e distanziometri sono integrati nelle *stazioni totali*.

Il passaggio dagli strumenti ottico meccanici a quelli elettronici più che consentire il raggiungimento di precisioni maggiori ha permesso di ridurre il lavoro di lettura e trascrizione manuale delle misure, spesso causa di errori grossolani.

E' l'introduzione dell'automatismo del sistema di lettura per le direzioni angolari infatti che, coniugato alla lettura delle distanze con il distanziometro e alla registrazione su supporto magnetico, costituisce l'elemento innovativo delle stazioni totali.

Le misure vengono così memorizzate su memorie di massa e trasferite automaticamente al PC per l'elaborazione con software dedicati.



1. Esempio di un teodolite ottico-meccanico Wild T2 (a sinistra) e di una stazione totale Nikon NPL 820 (a destra)

Struttura e parti fondamentali della stazione totale

Come il teodolite ottico-meccanico è costituito dal sistema *basetta-base*, che viene fissato sulla testa rettificata del treppiede di supporto, dall'*alidada*, un dispositivo a U che si innesta sulla base tramite un perno (attorno al cui asse può ruotare), e dal *cannocchiale*.

Schematizzando, si possono definire tre assi:

a_1 , *asse primario*, intorno al quale ruota l'alidada,

a_2 , *asse secondario*, perpendicolare ad a_1 , intorno al quale ruota il cannocchiale,

a_3 , *asse terziario* o *asse di collimazione*, solidale con le rotazioni degli altri due assi; può avere rotazioni indipendenti nel piano verticale.

I primi due assi sono di tipo meccanico, mentre il terzo è di tipo ottico.

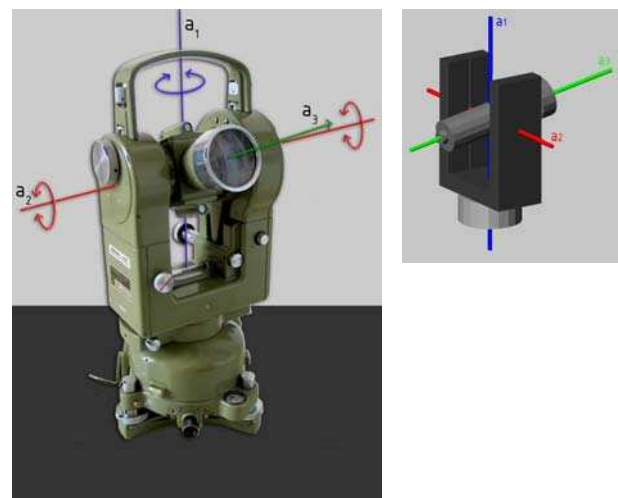
Le letture degli angoli azimutali e zenitali sono effettuate rispettivamente su due *cerchi*:

il *cerchio azimutale* (o cerchio orizzontale), normale all'asse a_1 ,

il *cerchio zenitale* (o cerchio verticale), normale all'asse a_2 .

Sistema basetta-base

La *basetta*, che viene fissata direttamente alla testa



2. Schema degli assi (primario, secondario e di collimazione) di uno strumento topografico.



3. Basetta topografica. Si notino le tre viti calanti (V1, V2, V3), i tre fori per l'alloggiamento dello strumento di misura o del segnale, la livella sferica (L) e il piombino ottico (P).



4. Supporto per il segnale. In primo piano i perni necessari al collegamento con la basetta. Gli stessi perni sono collocati nella parte inferiore dello strumento di misura; è possibile così realizzare il centramento forzato.

rettificata del treppiede attraverso un *vitone*, è munita di tre *viti calanti*, disposte secondo i vertici di un triangolo equilatero, che rendono il sistema basculante rispetto alla piastra di appoggio. Poichè le viti calanti hanno una corsa ridotta è buona norma regolarle, prima di iniziare la messa in stazione dello strumento, sulla metà corsa. La piastra basculante può costituire sia il supporto per lo strumento che per il segnale.

La *base* è invece parte integrante dello strumento e contiene il cerchio orizzontale (azimutale). Nella parte inferiore vi sono tre perni necessari al collegamento con la basetta.

Il collegamento tra le due parti è realizzato con un sistema a triscuspide (nella piastra ci sono tre fori nei quali vengono alloggiati i tre perni di cui sono dotati sia gli strumenti che i segnali). Poichè sia la parte inferiore dello strumento che quella dei supporti per le mire sono realizzati in questo modo, è possibile

scambiarne la collocazione realizzando un *centramento forzato*. Questo sistema permette l'intercambiabilità tra segnale e strumento di misura con un errore inferiore al decimo di millimetro.

Sulla basetta è collocata una *livella sferica* che consente di rendere, in prima approssimazione, verticale l'asse principale dello strumento, e un *piombino ottico*, per poter disporre il centro della basetta lungo la verticale passante per un punto a terra. Negli strumenti di più recente costruzione il piombino ottico è sostituito con un *piombino laser*.

Alidada e corpo dello strumento

L'alidada è una struttura a due bracci che ruota intorno all'*asse primario*. Sull'alidada, solidali ad essa, si trovano gli indici di lettura del cerchio azimutale, e gli indici di lettura del cerchio verticale (zenitale). Nei due bracci dell'alidada è collocato un perno che sostiene il cannocchiale topografico cui è rigidamente calettato il cerchio zenitale. L'asse intorno al quale ruota il cannocchiale è costituito dalla congiungente delle due sedi del perno ed è detto *asse secondario*. Sull'alidada è montata una *livella torica* che consente di rendere verticale l'asse di rotazione dell'alidada stessa (asse primario).

Cannocchiale

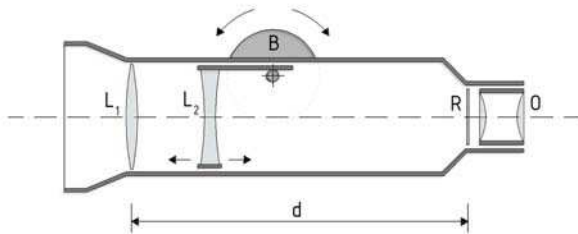
Il cannocchiale è uno strumento ottico che permette di osservare oggetti lontani. Il cannocchiale topografico, a *lunghezza costante* è costituito essenzialmente da un obiettivo, un oculare ed un reticolo.

Più in dettaglio il sistema risulta composto da:

- un *corpo metallico tubolare*;
- una *lente obiettiva*;
- una *lente interna*, che può traslare, controllata da una manopola esterna al cannocchiale;
- un *reticolo*, una lastrina di vetro su cui sono incisi tratti sottilissimi, orizzontali e verticali. L'intersezione dei tratti mediani individua il centro del reticolo;
- una *lente oculare*.

Nella realtà sia l'obiettivo che l'oculare sono sistemi ottici complessi ottenuti con l'accoppiamento di più lenti.

Le lenti, obiettiva ed interna, sono delimitate da superfici sferiche i cui centri devono essere tutti allineati su una retta che deve passare anche per il



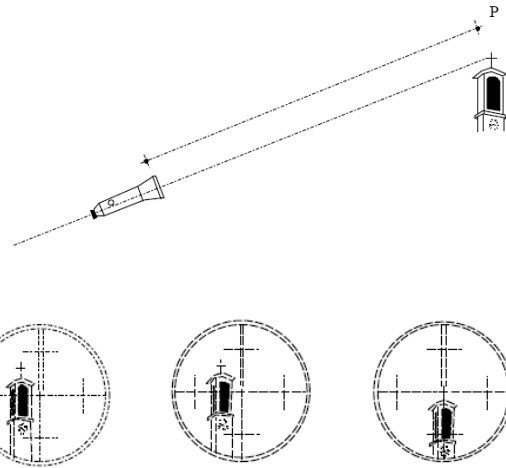
6. Schema del cannocchiale a lunghezza costante: la distanza tra L_1 e il reticolo R è fissa, mentre la distanza tra le lenti L_1 ed L_2 è variabile. Negli strumenti topografici l'asse ottico (l'asse che passa da tutti i centri dei sistemi di lenti) e l'asse di collimazione sono coincidenti.

centro del reticolo. Si può così definire l'asse *di collimazione* come la congiungente il centro della lente obbiettiva con il centro del reticolo. *Collimare* un punto significa far passare per quel punto, l'asse di collimazione del cannocchiale.

Nei cannocchiali a lunghezza costante, l'obiettivo ed il reticolo sono montati ad una distanza fissa su un unico corpo tubolare; la lente interna è montata in un tubo coassiale al precedente entro il quale può scorrere grazie ad un dispositivo a cremagliera.

L'immagine del punto da collimare si deve quindi formare sul piano del reticolo, e deve risultare coincidente con l'incrocio dei tratti del reticolo stesso. Lo scorrimento della lente interna consente proprio di adattare, in funzione della distanza del punto da collimare, il piano sul quale si forma la sua immagine (*adattamento alla distanza*).

La lente oculare ha la funzione di ingrandire l'immagine sia dell'oggetto che del reticolo. E' collocata all'interno di un terzo tubo che può scorrere all'interno del tubo principale. In questo modo può essere avvicinata o allontanata dal reticolo per consentire l'*adattamento alla vista* dell'operatore. Quindi, in prossimità dell'oculare del cannocchiale si trovano due anelli coassiali al tubo del cannocchiale stesso: quello più vicino all'operatore controlla la lente oculare, il cui adattamento deve essere verificato all'inizio di ogni campagna di misure (o ad ogni cambio di operatore), dirigendo il cannocchiale verso una zona chiara (o un foglio di carta) in modo da osservare il reticolo su un



7. Collimazione di un punto: il punto si trova sull'asse di collimazione e la sua immagine si forma sul reticolo in corrispondenza dell'incrocio dei tratti centrali.

campo contrastato. L'anello più interno controlla invece lo scorrimento della lente interna: si deve operare su di essa ogni volta che si vanno a collimare punti a distanza differente.

Il cannocchiale può ruotare intorno all'asse *secondario* in modo tale che la collimazione ai segnali possa essere effettuata nelle due posizioni: con il cerchio zenitale a sinistra dell'operatore (C.S) o con il cerchio zenitale a destra (C.D). Le letture così eseguite sono dette *coniugate*. La collimazione del punto è facilitata da una diottra che svolge la funzione di mirino cercatore.

I cannocchiali topografici consentono ingrandimenti da 20x a 32x.

Collimazione di un punto

Come detto, l'asse di collimazione è la retta che congiunge il centro del reticolo con il centro ottico dell'obiettivo (o, meglio, con il secondo punto nodale del sistema obbiettivo). Per collimare un punto si deve quindi portare a coincidere il centro del reticolo con l'immagine di quel punto.

a. *Adattamento alla vista*

Prima di effettuare una serie di collimazioni oppure ogni volta che cambia l'operatore allo strumento, si deve rivolgere il cannocchiale verso la luce diffusa del cielo o verso una superficie chiara e spostare l'oculare fino a vedere i tratti del reticolo in modo nitido.

b. Ricerca del punto da collimare

Traguardando attraverso il mirino cercatore, posizionato sul cannocchiale, si dirige il cannocchiale verso il punto da collimare e si bloccano le viti dei grandi spostamenti del cannocchiale stesso e dell'alidada.

c. Adattamento alla distanza

Osservando nel cannocchiale, si agisce sul bottone di focamento per muovere la lente interna fino a quando l'immagine si forma sul piano del reticolo. Se questa operazione non è condotta con sufficiente cura, spostando lievemente l'occhio davanti all'oculare, si può vedere uno spostamento dei tratti del reticolo rispetto all'immagine dell'oggetto: se questo avviene significa che l'immagine si forma su un piano differente da quello del reticolo e non è quindi possibile realizzare la collimazione con la dovuta precisione (si dovrà allora affinare l'adattamento alla distanza).

d. Perfezionamento della collimazione

Il punto da collimare appare ora generalmente nel campo del oculare, ma non al centro del reticolo. Agendo sulle viti dei piccoli spostamenti si ottimizza la collimazione, fino a vedere l'incrocio dei tratti mediani del reticolo sovrapposto al punto da collimare.



8. Viti di blocco e viti micrometriche.

Nel caso illustrato in figura le viti micrometriche sono innestate sulle viti di blocco; è possibile agire su di esse solo dopo aver bloccato le prime.

conseguentemente alle diverse modalità di incisione degli stessi; vi sono teodoliti elettronici con *cerchi codificati*, che permettono di conoscere la posizione assoluta dell'indice di lettura all'interno del goniometro (*lettura assoluta*), ed altri che eseguono la lettura a *cerchi graduati*, che generalmente misurano una posizione angolare in relazione ad una precedente (*lettura incrementale*).

Le osservazioni angolari sono visualizzate in tempo reale sul display dello strumento.

Cerchi graduati

Il cerchio orizzontale è solidale alla base e i relativi indici sono solidali all'alidada; Il cerchio verticale è solidale al cannocchiale e quindi ruota con esso intorno all'asse secondario (a_2) mentre gli indici di lettura sono interni all'alidada. Tali indici non sono fissati rigidamente all'alidada ma sono collegati a dispositivi (*compensatori ottici, meccanici, elettronici*) che ne consentono l'assetto lungo la verticale.

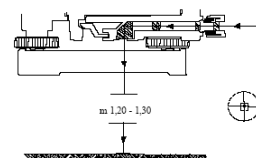
Le graduazioni sono crescenti in senso orario.

I cerchi, negli strumenti ottico-meccanici erano realizzati in vetro ottico e la graduazione, finissima, era tracciata sui bordi con una macchina a dividere o con procedimento fotografico. L'osservazione ai cerchi era resa possibile attraverso sistemi ottici sostanzialmente equivalenti ad un microscopio composto (formato da un obiettivo, un reticolo e un oculare). La valutazione delle frazioni di graduazione era effettuata con sistemi differenti in funzione della precisione dello strumento.

Nelle stazioni totali si può parlare in generale di lettura digitale. I metodi di lettura ai cerchi differiscono

Organi accessori e complementari

Dopo aver effettuato il puntamento e la collimazione



9. Accessori per rendere verticale l'asse principale passante per il vertice di stazione: filo a piombo (a sinistra), piombino ottico (P) e relativo schema (a destra).



10. Esempio di oculare spezzato, necessario nella collimazione di punti che richiedono una inclinazione elevata del cannocchiale.

del punto di cui si vuole determinare la posizione e prima di effettuare la lettura delle osservazioni è necessario bloccare temporaneamente l'assetto dei tre assi dello strumento, operando sulle apposite *viti di blocco* (o viti dei grandi spostamenti) e sulle *viti micrometriche* (o viti dei piccoli spostamenti); entrambe agiscono in modo indipendente sulle rotazioni orizzontale e verticale. Talvolta le viti di blocco possono essere sostituite da leve o da dispositivi a frizione.

Per agevolare la ricerca del punto da collimare, sul cannocchiale viene montato un *mirino cercatore*.

Quando si devono osservare punti molto alti o molto bassi sull'orizzonte occorre dotare il cannocchiale di un *oculare spezzato*, cioè di un dispositivo ottico che devia l'asse di collimazione di un angolo retto.

L'asse principale dello strumento, che nella condizione operativa deve essere reso passante per il vertice a terra, può essere materializzato con un *filo a piombo*. A causa degli inevitabili disturbi dovuti ai movimenti dell'aria, con questo strumento è piuttosto difficile rendere l'asse principale passante per il vertice di stazione con una precisione superiore al mezzo centimetro. Per ottenere risultati migliori si ricorre quindi ad altri tipi di piombi: *ottici*, *a bastone* o *laser*. Il *piombo ottico* è un piccolo cannocchiale che contiene un prisma a riflessione totale che ne devia l'asse di collimazione ad angolo retto.

Il *piombo a bastone* è costituito da due tubi coassiali scorrevoli uno nell'altro, collegati ad una livella sferica. Quando la livella è centrata, il bastone, e quindi l'asse principale, è verticale.

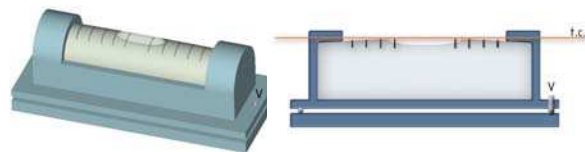
Nella base può, infine, essere montato un diodo che emette un raggio laser lungo la direzione dell'asse principale dello strumento (*piombo laser*), rendendo più agevoli le operazioni di messa in stazione. Con questi ultimi dispositivi si ottengono errori di posizionamento di circa 1 mm.

Sullo strumento si trovano inoltre due *livelle*, una *sferica* ed una *torica*, impiegate per rendere verticale l'asse principale.

La *livella torica* è costituita da una fiala cilindrica di vetro inserita in un'armatura metallica.

La forma della sua superficie superiore è torica (si dice torica una superficie generata dalla rotazione di un cerchio intorno ad un centro). Sulla fiala è incisa una graduazione a tratti, distanziati di 2 mm, simmetrica rispetto ad uno zero centrale.

La tangente al punto centrale della graduazione si chiama *tangente centrale della livella*. La fiala contiene un liquido volatile, in parte allo stato gassoso, che forma una bolla di vapori saturi che, per effetto della



11. Livella torica: la fiala è inserita in una armatura metallica fissata agli strumenti attraverso due viti. Nella sezione è evidenziata la tangente centrale della livella.

gravità si dispone sempre nella parte più alta della fiala.

Una livella torica è *rettificata* quando la tangente centrale è parallela alla retta di appoggio.

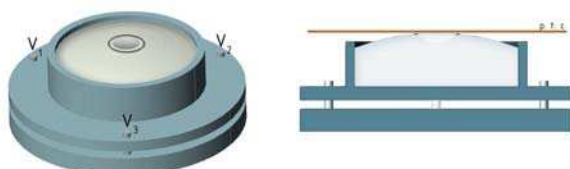
La bolla di una livella torica si dice *centrata* quando la mezzeria della bolla coincide con il centro della graduazione. Quando la bolla è centrata la tangente centrale risulta orizzontale.

Poiché è più facile individuare gli estremi della bolla (menischi) si fa in modo che questi siano equidistanti dal tratto centrale della graduazione.

La *sensibilità* della livella è definita come il valore angolare (in gradi sessagesimali) corrispondente allo spostamento di un tratto della graduazione ed è espressa come secondi/millimetri.

In una livella con sensibilità 10"/mm il raggio di curvatura vale 40 metri.

La *livella sferica* è costituita da un tronco di cilindro di vetro (circa 2 cm di diametro) in una armatura



12. Livella sferica. Il piano tangente alla calotta nel suo punto più alto è il piano tangente centrale: quando la bolla è inscritta nel cerchio, il piano tangente centrale è orizzontale e la normale al piano risulta, di conseguenza, verticale.

metallica. La superficie superiore della livella ha forma di calotta sferica su cui è inciso un piccolo cerchio. Anche la livella sferica contiene un liquido volatile e una bolla di vapori saturi le cui dimensioni sono tali da poter essere inscritta nel cerchio inciso sulla calotta.

Il piano tangente alla calotta nel suo punto più alto è detto *piano tangente centrale*.

La livella sferica è centrata quando la bolla è inscritta nel suddetto cerchio; il piano tangente centrale è allora orizzontale e di conseguenza la normale al piano tangente risulta verticale.

La *sensibilità* della livella sferica è generalmente 40-50 volte inferiore a quella delle livelle toriche ($4'/2\text{mm}$, $8'/2\text{mm}$).

MESSA IN STAZIONE

La materializzazione dei vertici

Le misure topografiche devono sempre essere riferite a punti materializzati a terra (*vertici di stazione*); il vertice di stazione può essere costituito da una borchia metallica infissa nella pavimentazione stradale, da un cilindretto di metallo cementato in una piccola gettata di calcestruzzo, da un chiodo infisso nella testa di un picchetto di legno, da un punto non materializzato di proposito ma ben individuabile come lo spigolo di una lastra di pavimento ecc...

Le grandezze misurate con uno strumento topografico sono invece riferite al "centro dello strumento", cioè all'intersezione tra gli assi a_1 , a_2 e a_3 . Non è quindi possibile fare coincidere il centro dello strumento con il vertice di stazione e si dovrà sempre misurare l'altezza dei supporti sia degli strumenti di misura che dei segnali (mire o prismi).

Il treppiede

Il treppiede, di legno o metallico, permette l'appoggio dello strumento sulla testa metallica, dove sono incernierate le tre gambe, di estensione regolabile. La testa metallica (*piastra di appoggio*) ha un foro circolare con diametro di qualche centimetro che permette il passaggio di una vite (*vite di fermo*) con una escursione all'interno del foro e consente, a contrasto, l'aggancio al sovrastante teodolite.

Il treppiede si utilizza nei rilievi nei quali non sia richiesta una altissima precisione. In altri casi infatti si preferisce costruire appositi pilastri in cemento armato sui quali appoggia una piastra di acciaio opportunamente sagomata, sulla quale a centraggio forzato, si innesta il teodolite.

Il piombino a gravità, il piombino ottico ed il centramento forzato

In fase operativa è opportuno che la testa del treppiede venga posta approssimativamente orizzontale poiché le viti calanti del teodolite hanno un'escursione limitata a pochi centimetri.

Per ottenere che la verticale dell'asse primario cada sul punto materializzato a terra, si cerca di traslare adeguatamente il treppiede, prima ad occhio e poi con l'aiuto di un *piombino a gravità* agganciato alla

vite di fermo. Per il perfezionamento dell'operazione si può contare, limitatamente a quanto detto sopra, sia sulla variazione della lunghezza delle gambe, sia sull'escursione della vite all'interno del foro sito sulla testa del treppiede. Un buon piombino a gravità consente una accuratezza di centramento dell'ordine di uno o due millimetri. La lunghezza del filo è regolabile ed adattabile all'altezza del treppiede. Un miglior centramento sul punto a terra si ottiene con l'uso del *piombino ottico*, da utilizzare solo quando il piano di rotazione dell'alidada è stato reso orizzontale con discreta precisione.

Il piombino ottico è formato da un piccolo cannocchiale, a fuoco fisso (la distanza tra lente obiettiva e reticolo è invariabile), da un reticolo e un oculare. Il piombino ottico è montato e tarato in modo che quando il centro della basetta si trova sulla verticale passante per il vertice di stazione, l'immagine del punto si trova in corrispondenza dell'incrocio dei tratti del reticolo (collimazione).

Le operazioni sopra descritte possono richiedere, specie in terreni difficili, 10 o 15 minuti, per cui sono piuttosto onerose nell'economia dell'intero lavoro.

Da qualche decennio le case costruttrici hanno brevettato alcuni sistemi per ridurre l'incidenza del tempo impiegato nel caso si debba rimettere sullo stesso punto lo strumento, o cambiare la posizione di una mira con quella dello strumento. È possibile sconnettere il teodolite dalla sottostante base - che era stata resa orizzontale - col semplice giro di una vite laterale o lo scorrimento di una levetta di base. Negli strumenti Leica-Wild, ad esempio, il teodolite, sollevandosi dalla base, evidenzia tre piccoli denti tronco conici di metallo disposti nella parte sottostante a triangolo equilatero che si innestano con le rispettive sedi di alloggio che rimangono sul basamento. Al posto del teodolite si può allora collocare un prisma od una mira, predisposte con gli stessi attacchi. I fori tronco conici consentono un *centramento forzato* coassiale a quello dello strumento appena rimosso, con precisione sub-millimetrica.

Si è detto che, con l'uso della livella torica e delle viti calanti, è possibile rendere verticale un asse. In realtà questa affermazione non è esatta. Infatti non si riesce mai a rendere perfettamente verticale un asse a causa degli inevitabili giochi meccanici degli strumenti e del fatto che, anche usando livelle molto sensibili, non si riesce ad agire sulle viti calanti con un'abilità manuale che sfrutti in pieno la sensibilità della livella.

Vi è sempre quindi, quando si mette verticale un asse con la prassi illustrata, un *errore residuo di verticalità* la cui influenza sui risultati della misura dovrà essere minimizzata con opportuni accorgimenti.

Condizione operativa

Perché uno strumento topografico possa misurare correttamente gli angoli azimutali e zenitali è necessario che il suo asse principale sia verticale. Inoltre, perché le osservazioni fatte (letture angolari e distanze) siano riferibili ai punti materializzati a terra l'asse a_1 , reso verticale, deve passare per il vertice di stazione. Ricordando la definizione data di angolo azimutale, è evidente che non è necessaria la coincidenza tra il centro dello strumento e il vertice dell'angolo azimutale stesso, ma è sufficiente che i due punti si trovino sulla stessa verticale.

La serie di operazioni che consentono di realizzare le due condizioni indicate prende il nome di *messa in stazione*. Per rendere contemporaneamente verticale l'asse principale ed imporre il suo passaggio per il vertice di stazione può essere necessario ripetere le operazioni successivamente descritte più volte, a seconda dell'accidentalità del terreno sul quale si opera e della dimestichezza dell'operatore.

La precisione con la quale è possibile far passare l'asse principale per il vertice di stazione dipende, come detto, dal tipo di piombo impiegato; la precisione con la quale si realizza la sua verticalità è dell'ordine di grandezza della sensibilità della livella torica montata sullo strumento. Resterà comunque sempre il suddetto errore residuo di verticalità, di cui si potrà eliminare l'influenza sui risultati delle misure.

Operazioni per la messa in stazione

1. posizionamento del treppiede

Lo strumento, in condizione operativa, è fissato sulla testa del treppiede. In primo luogo è quindi necessario disporre le gambe in modo che il centro del foro della piastra di appoggio si trovi approssimativamente sulla verticale passante per il punto a terra; un utile riferimento può essere costituito da un piombo a gravità, appeso tramite l'apposito sostegno al vitone, o l'osservazione del piombo ottico posizionato nella basetta.

Per la stabilità dello strumento è importante posizionare le gambe estensibile del treppiede, per



13. La condizione di messa in stazione è quella di rendere verticale l'asse principale passante per il vertice. Il filo a piombo facilita il posizionamento del treppiede (a sinistra). Supporti e catene metalliche assicurano la stabilità del treppiede in condizioni particolari.

quanto possibile, secondo i vertici di un ideale triangolo equilatero. E' evidente che quanto più il terreno sul quale si opera è accidentato, tanto più sarà necessario discostarsi da questa condizione teorica, regolando in modo opportuno la lunghezza delle gambe stesse. Occorrerà in ogni caso avere cura che la testa del treppiede sia pressoché orizzontale.

Poiché la stabilità del treppiede è fondamentale per compiere le operazioni di misura, quando si opera sul terreno è opportuno conficcare i puntali metallici delle gambe nel terreno stesso, per evitare successivi cedimenti che modificherebbero l'assetto dello strumento.

Se invece le operazioni di rilievo si svolgono su pavimentazioni lisce, come accade all'interno degli edifici, è opportuno ricorrere a supporti costituiti da catene o da aste metalliche, sulle cui estremità si appoggiano o si incastrano le punte delle gambe del treppiede, per evitare che scivolino (e/o che danneggino la pavimentazione).

L'altezza delle gambe del treppiede deve essere regolata in modo da consentire all'operatore di effettuare le collimazioni successive in posizione comoda.

Si sottolinea che quanto meglio si approssimano fin dall'inizio le condizioni di verticalità dell'asse principale e di passaggio per il vertice a terra (e quindi con quanta più cura si dispone inizialmente il treppiede), tanto più rapide ed efficaci saranno le successive operazioni di affinamento che completano la messa in stazione dello strumento.

2a. resa verticale dell'asse principale – livella sferica



14. Per rendere verticale l'asse principale si deve agire dapprima sulle gambe del treppiede per centrare la livella sferica.

La resa verticale dell'asse principale viene realizzata in primo luogo osservando la livella sferica collocata sulla base dello strumento e agendo sulle gambe del treppiede. Per stabilire quale gamba allungare o accorciare si deve osservare quale percorso deve compiere la bolla per spostarsi verso il centro della livella ed operare quindi sulla gamba che si trova sulla direzione più prossima.

2b. resa verticale dell'asse principale – livella torica
Occorre ora perfezionare la verticalità dell'asse principale ricorrendo alla livella torica (che, come noto, ha una sensibilità più elevata di quella sferica).

Al momento dell'assemblaggio dello strumento viene assicurata la condizione di rettifica per cui la tangente centrale della livella torica deve essere normale all'asse verticale.



15. La verticalità dell'asse viene perfezionata ricorrendo alla livella torica.



16. Procedura da seguire per rendere verticale un asse con la livella torica. Occorre: disporre la livella parallelamente a due viti calanti e centrarla; ruotare l'alidada di 200 gon disponendo la livella torica in posizione ortogonale alla precedente; ricentrare la livella torica.

Della deviazione dell'asse principale dalla verticale si possono considerare le componenti disposte secondo due piani ortogonali, che agendo come descritto nel seguito si vanno successivamente ad eliminare.

Si dispone la livella torica secondo una direzione definita dalla congiungente di due delle viti calanti e agendo su di esse con rotazioni corrispondenti e simmetriche (ruotandole cioè della stessa quantità e in senso opposto) si centra la livella. Questa operazione corrisponde a portare l'asse principale sulla giacitura del primo dei due piani ortogonali considerati.

Si ruota quindi la livella torica fino a disporla secondo una direzione ortogonale alla precedente e la si centra, agendo solo sulla terza vite. In questo modo l'asse principale è verticale anche secondo la giacitura del secondo piano. Poiché a1 appartiene ora

contemporaneamente a due piani verticali ortogonali tra loro, è verticale anch'esso.

In realtà non è possibile rendere perfettamente verticale l'asse: la sua inclinazione residua, al termine delle operazioni di messa in stazione svolte nel modo più accurato, prende il nome di errore di verticalità ed è indicato con v .

3. verifica del passaggio per il vertice di stazione

Il vitone del treppiede, e quindi lo strumento che ad esso è avvitato, non è fisso al centro della piastra di appoggio, ma può scorrere all'interno di un collare oblungo, consentendo brevi traslazioni dello strumento. Per curare il passaggio dell'asse principale per il vertice di stazione si osserva quindi nel piombo ottico e, dopo aver allentato il vitone si effettuano le traslazioni necessarie per centrare nel reticolo di riferimento il punto di stazione. E' comunque importante, dopo aver compiuto questa operazione, verificare, ed eventualmente correggere, il centramento della livella torica secondo due direzioni ortogonali.

Al termine della messa in stazione lo strumento topografico è pronto per effettuare la collimazione ai punti da misurare e quindi le letture angolari e di distanza. Le collimazioni possono essere eseguite con il cerchio verticale a sinistra dell'operatore (posizione C.S.) e con il cerchio verticale a destra (posizione C.D.). Le due posizioni sono dette posizioni coniugate, e la seconda si raggiunge ruotando l'alidada e ribaltando il cannocchiale. Le posizioni coniugate sono anche indicate come *prima* e *seconda* *posizione*.

CONDIZIONI DI COSTRUZIONE E RETTIFICA. MISURA DEGLI ANGOLI

Per quanto la realizzazione dei componenti degli strumenti topografici ed il loro assemblaggio siano effettuati con precisioni molto elevate (dell'ordine del μm), è comunque inevitabile che presentino particolari giochi che fanno sì che la condizione operativa di misura si discosti da quella teorica.

Alcune condizioni devono essere realizzate al momento della costruzione dello strumento, mentre altre possono essere ottimizzate successivamente, in laboratorio, agendo su appositi organi di rettifica. La non perfetta realizzazione delle condizioni teoriche comporta errori che influiscono sulla misura degli angoli. Di tali errori è importante in primo luogo valutare l'entità, per stabilire con quali strumenti ed in quali condizioni di misura possano essere trascurati senza inficiare le osservazioni angolari che si vanno ad effettuare, e quando invece debbano essere assolutamente considerati, perché dello stesso ordine di grandezza della precisione delle misure che si intende effettuare. In questo ultimo caso, comunque, è possibile applicare particolari metodologie operative, presentate nel seguito, che permettono di eliminare l'influenza di buona parte di tali errori.

Condizioni di costruzione

1. L'asse principale deve essere perpendicolare al piano del cerchio orizzontale e passare per il centro della sua graduazione.

2. L'asse secondario deve essere perpendicolare al piano del cerchio verticale e passare per il centro della sua graduazione.

La non perfetta realizzazione di queste condizioni comporta la presenza di *errori di perpendicolarità* e di *errori di eccentricità*. Negli strumenti elettronici gli errori di eccentricità dei cerchi sono eliminati automaticamente con sistemi di lettura ai cerchi che prevedono l'uso contemporaneo di più coppie di indici di lettura diametralmente opposti.

3. L'asse terziario deve incontrare l'asse principale. La non perfetta realizzazione di questa condizione comporta la presenza di un *errore di eccentricità dell'asse di collimazione*. Gli errori di graduazione sono controllati nelle stazioni totali con sistemi di lettura dinamici che effettuano la lettura esplorando tutto il cerchio in diverse posizioni.

4. L'asse secondario, attorno al quale ruota il cannocchiale, deve essere ortogonale all'asse principale, attorno al quale ruota l'alidada.

La non perfetta realizzazione di questa condizione comporta la presenza di un *errore di inclinazione*.

Condizioni di rettifica

1. L'asse terziario, o asse di collimazione del cannocchiale, deve essere ortogonale all'asse secondario.

La non perfetta realizzazione di questa condizione comporta la presenza di un *errore di collimazione*.

2. L'asse terziario deve incontrare l'asse principale. La non perfetta realizzazione di questa condizione comporta la presenza di un *errore di eccentricità dell'asse di collimazione*.

Errori che influenzano la misura degli angoli azimutali

a. Errori di perpendicolarità

Si dimostra che la precisione con la quale si riesce costruttivamente ad ottenere la perpendicolarità tra asse principale e piano del cerchio orizzontale e tra asse secondario e piano del cerchio verticale è tale da rendere ininfluenza l'errore di perpendicolarità nella misura degli angoli azimutali e zenitali.

b. Errore di eccentricità dell'asse principale rispetto al centro della graduazione del cerchio orizzontale

E' direttamente proporzionale all'eccentricità ed inversamente proporzionale al raggio del cerchio graduato. Se ne elimina l'influenza (indipendentemente dalla sua entità) sulle letture azimutali impiegando due indici di lettura al cerchio posizionati uno diametralmente opposto all'altro, ovvero facendo due letture coniugate e facendone la media.

c. Errori di graduazione dei cerchi

Sono contenuti nell'ordine dei decimi di secondo. Essi sono quindi ininfluenti nelle misure ordinarie.

d. Errore di inclinazione

E' nullo se l'asse di collimazione è orizzontale e aumenta con l'inclinazione del cannocchiale. Se ne elimina l'influenza facendo la media delle letture coniugate, dopo aver portato la seconda lettura all'ordine di grandezza della prima.

e. Errore di collimazione

E' minimo quando l'asse di collimazione è orizzontale e aumenta con l'inclinazione del cannocchiale.

Se ne elimina l'influenza facendo la media delle letture coniugate, dopo aver portato la seconda lettura all'ordine di grandezza della prima.

f. Errore di eccentricità dell'asse di collimazione

E' direttamente proporzionale all'eccentricità e inversamente proporzionale alla distanza del punto collimato.

Se ne elimina l'influenza facendo la media delle letture coniugate, dopo aver portato la seconda lettura all'ordine di grandezza della prima.

g. Errore di verticalità

E' dovuto alla non perfetta realizzazione della verticalità dell'asse principale. A differenza di tutti gli errori elencati in precedenza, l'errore di verticalità non è legato alle caratteristiche tecnico-costruttive dello strumento ma all'impossibilità di operare manualmente con una sensibilità sufficiente nel realizzare il centramento della livella torica.

Il suo valore dipende dall'angolo che l'asse principale forma con la verticale (v), dall'inclinazione dell'asse di collimazione e dall'angolo orizzontale che l'asse di collimazione forma con il piano contenente v . L'errore di verticalità risulta dunque essere nullo quando l'asse di collimazione è orizzontale e aumenta con la sua inclinazione; è nullo anche quando l'asse di collimazione è orientato sul piano che contiene v , mentre raggiunge il valore massimo quando è orientato sul piano ad esso normale.

Misura degli angoli azimutali (regola di Bessel)

Negli strumenti topografici il cerchio orizzontale è fisso nella base, il suo orientamento è generalmente casuale, l'indice (o gli indici) ruotano con l'alidada. In assenza degli errori sopra elencati, la misura di un angolo azimutale si realizzerebbe quindi collimando successivamente i due punti che ne definiscono l'ampiezza ed effettuando le letture corrispondenti al cerchio orizzontale: l'angolo sarebbe dato dalla loro differenza.

Nella realtà operativa questo è il procedimento adottato quando la precisione richiesta è tale da non temere l'influenza degli errori residui, come avviene nel rilievo di dettaglio. Ovviamente in questo caso le operazioni di misura sono speditive (e infatti il rilievo

è detto anche *celerimetrico*) ma, non essendo disponibile alcun controllo delle misure, occorre prestare attenzione a non commettere errori grossolani.

Nella misura di vertici appartenenti a reti di inquadramento o raffittimento, o di punti di appoggio fotogrammetrico, invece, si preferisce sempre effettuare due misure, nelle posizioni C. S. e C.D., e quindi farne la media come indicato dalla *regola di Bessel*:

se si misura una direzione azimutale nelle due posizioni coniugate dello strumento, la media dei valori ottenuti non è influenzata dalla presenza di errori di inclinazione e di collimazione.

Infatti gli errori i e c si presentano, nelle due posizioni coniugate, con valore uguale e segno opposto e quindi si elidono.

Poiché effettuare le letture coniugate corrisponde ad eseguire due misure in posizioni diametralmente opposte, applicando questo procedimento si elimina anche l'influenza degli errori di eccentricità dell'asse principale rispetto al centro della graduazione del cerchio orizzontale e di eccentricità dell'asse di collimazione; non si elimina, invece, l'influenza dell'errore residuo di verticalità. La sua presenza non incide sensibilmente sulla misura degli angoli azimutali nel caso di misure ordinarie. Per misure di elevata precisione (con errori inferiori a pochi $''$) che prevedano significative inclinazioni del cannocchiale, per la collimazione dei punti è necessario mettere in stazione lo strumento su supporti molto stabili e, posta la massima cura nel rendere verticale l'asse principale, ripetere più volte le misure, centrando ogni volta la livella torica in due posizioni perpendicolari. In questo modo l'influenza dell'errore di verticalità, per sua natura sistematica, è resa di carattere accidentale. Operativamente, effettuare letture diametralmente opposte al cerchio orizzontale richiede di apportare una correzione, alla lettura C.D. di un angolo piatto, per portarla allo stesso ordine di grandezza della lettura C.S.

$$L = \frac{L_{C.S.} + L_{C.D.} \pm \pi}{2}$$

Seppur con un'approssimazione legata all'ipotesi che i , c , v , siano angoli piccoli, e che la loro influenza possa essere determinata separatamente per ognuno

di essi, l'errore che si compie nell'effettuare una lettura al cerchio azimutale si può considerare pari a

$$L - L' = v \sin A \tan \alpha \pm i \tan \alpha \pm c \sec \alpha$$

Dove:

L è la lettura che si farebbe al cerchio orizzontale nelle condizioni teoriche di strumento perfettamente rettificato e asse principale perfettamente verticale;

L' è la lettura fatta in presenza degli errori v , i , c ;

A è l'angolo tra il piano verticale che contiene l'asse di collimazione e il piano verticale che contiene l'asse principale;

α è l'inclinazione dell'asse di collimazione rispetto all'orizzontale (angolo di elevazione);

i doppi segni si riferiscono agli errori nelle due posizioni coniugate C.S. e C.D..

Sommando e dividendo per due si elidono i termini in cui compaiono i e c , mentre rimane invariato l'effetto di v (si ricorda che il suo effetto è però trascurabile operando con visuali non elevate).

$$L - L'_{C.S.} = v \sin A \tan \alpha \pm i \tan \alpha \pm c \sec \alpha$$

$$L - L'_{C.D.} = v \sin A \tan \alpha \mp i \tan \alpha \mp c \sec \alpha$$

$$L = \frac{L'_{C.S.} + L'_{C.D.} + (v \sin A \tan \alpha)}{2}$$

Esempi ed esercizi

1. Collimando un punto in posizione C.S. e quindi in posizione C.D. si sono effettuate le seguenti letture al cerchio orizzontale:

$$L_{C.S.} = 42^{\circ},5445 \quad L_{C.D.} = 242^{\circ},5475$$

Si determina il valore della lettura azimutale priva dell'influenza degli errori di inclinazione, collimazione, eccentricità:

$$L = \frac{42^{\circ},5445 + 242^{\circ},5475 - \pi}{2} = 42^{\circ},5460$$

2. Applicare la regola di Bessel per determinare il valore delle seguenti letture azimutali:

$$L_{C.S.} = 153^{\circ},2478 \quad L_{C.D.} = 353^{\circ},2466$$

$$(L = 153^{\circ},2472)$$

$$L_{C.S.} = 27^{\circ},9765 \quad L_{C.D.} = 227^{\circ},9790$$

$$(L = 27^{\circ},9778)$$

$$L_{C.S.} = 394^{\circ},4432 \quad L_{C.D.} = 194^{\circ},4446$$

$$(L = 394^{\circ},4439)$$

$$L_{C.S.} = 247^{\circ},8875 \quad L_{C.D.} = 47^{\circ},8825$$

$$(L = 247^{\circ},8850)$$

$$L_{C.S.} = 5^{\circ},6454 \quad L_{C.D.} = 205^{\circ},6428$$

$$(L = 5^{\circ},6441)$$

3. Da un vertice di stazione si sono collimati in posizione C.S. e quindi in posizione C.D. i punti A e B, effettuando le seguenti letture al cerchio orizzontale:

$$A \quad L_{C.S.} = 157^{\circ},8935 \quad L_{C.D.} = 357^{\circ},8955$$

$$B \quad L_{C.S.} = 212^{\circ},7890 \quad L_{C.D.} = 12^{\circ},7865$$

Si determina il valore dell'angolo azimutale AOB, calcolando in primo luogo le letture azimutali corrette corrispondenti alle due direzioni:

$$A \quad L_A = \frac{157^{\circ},8935 + 357^{\circ},8955 - \pi}{2} = 157^{\circ},8945$$

$$B \quad L_B = \frac{212^{\circ},7890 + 12^{\circ},7865 + \pi}{2} = 212^{\circ},7878$$

Quindi si calcola l'angolo azimutale per differenza tra le letture:

$$AOB = L_B - L_A = 212^{\circ},7878 - 157^{\circ},8945 = 54^{\circ},8933$$

4. Date le seguenti osservazioni, calcolare l'angolo COD:

$$C \quad L_{C.S.} = 319^{\circ},6780 \quad L_{C.D.} = 119^{\circ},6745$$

$$D \quad L_{C.S.} = 73^{\circ},7475 \quad L_{C.D.} = 273^{\circ},7505$$

Errori che influenzano la misura degli angoli zenitali

a. Errore di perpendicolarità

Valgono le stesse considerazioni fatte a proposito dell'influenza sulla misura degli angoli azimutali.

b. Errore di eccentricità dell'asse secondario rispetto al centro della graduazione del cerchio verticale

Valgono considerazioni analoghe a quelle fatte a proposito dell'errore di eccentricità dell'asse principale rispetto al centro della graduazione del cerchio orizzontale.

c. Errori di inclinazione e collimazione

Hanno un'influenza del secondo ordine nella misura degli angoli zenitali e quindi trascurabile.

d. Errore di verticalità

Nella misura degli angoli zenitali, invece, l'influenza dell'errore di verticalità è notevole. Esso si elimina con l'*indice zenitale automatico*, un dispositivo che mantiene l'indice di riferimento per le letture zenitali verticale anche quando l'asse principale subisce piccole inclinazioni.

Le case costruttrici hanno brevettato sistemi differenti, meccanici o ottici, comunque basati sul principio di rendere le letture coniugate simmetriche rispetto ad una direzione indipendente dall'inclinazione dello strumento, consentendo agli indici di lettura di ruotare attorno alla verticale anche se l'alidada ruota attorno all'asse principale, inclinato di v rispetto alla verticale stessa.

Misura degli angoli zenitali

Il cerchio verticale è calettato sul perno del cannocchiale, quindi ruota con esso, è orientato secondo la direzione della verticale, l'indice è invece sull'alidada e rimane fisso.

In realtà, come detto sopra, l'indice non è davvero solidale all'alidada, né rimane fisso, ma è montato su di essa tramite l'indice zenitale automatico.

Anche l'orientamento secondo la direzione della verticale, come si vedrà, è una condizione solo teorica.

Si è definito l'angolo zenitale come l'angolo compreso tra la direzione della verticale e l'asse di collimazione. E' evidente che la grandezza così definita equivale

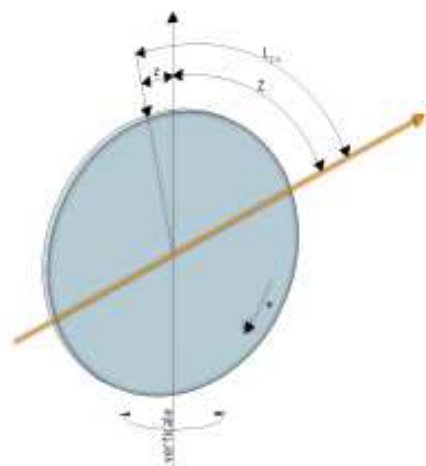
alla differenza tra le letture fatte al cerchio verticale nella direzione del punto da collimare e nella direzione della verticale:

$$Z_p = L_p - L_0$$

Se lo zero della graduazione e gli indici sono disposti in modo tale da effettuare, secondo la verticale, una lettura pari a zero, si avrà

$$Z_p = L_p$$

Al solito, la calettatura rigida tra cerchio verticale e cannocchiale consente di realizzare questa condizione a meno di un valore detto *errore d'indice*: effettuando una collimazione secondo la verticale si effettua generalmente una lettura non nulla che prende il nome di *zenit strumentale*.



1. Misura dell'angolo zenitale in prima posizione (C.S.)

E' comunque possibile determinare l'angolo zenitale, nell'ipotesi che l'asse principale sia rigorosamente verticale, ovvero che sia attivo l'indice zenitale automatico.

Eseguendo le letture al cerchio verticale nelle due posizioni coniugate si ottiene:

$$L_{C.S.} = Z + z$$

$$L_{C.D.} = 400^g - (Z - z)$$

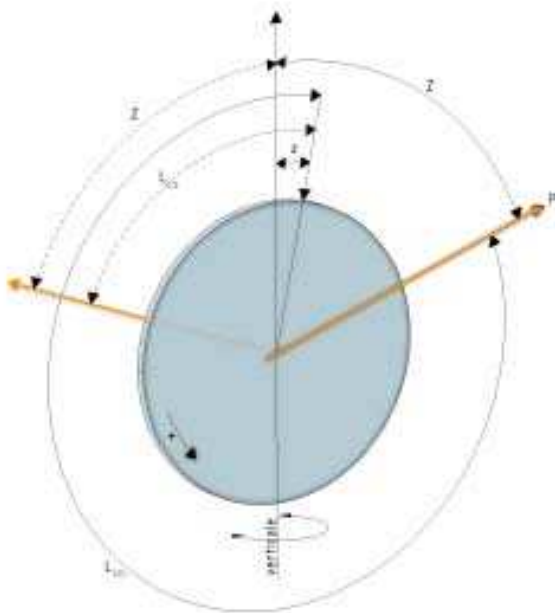
Facendo la differenza tra le due letture si ricava il valore dell'angolo zenitale Z depurato dallo zenit strumentale:

$$L_{C.S.} - L_{C.D.} = 2Z - 400^g, \text{ quindi } Z = \frac{L_{C.S.} - L_{C.D.} + 400^g}{2}$$

Per conoscere invece il valore dello zenit strumentale si sommano le letture coniugate:

$$L_{C.S.} + L_{C.D.} = 2z + 400^g, \text{ quindi } z = \frac{L_{C.S.} + L_{C.D.} - 400^g}{2}$$

Nell'esecuzione di misure di precisione si effettuano quindi le letture coniugate anche al cerchio verticale, e quindi si calcola la loro semidifferenza, ricavando, indipendentemente dallo zenit strumentale, il valore corretto dell'angolo zenitale.



2. Misura dell'angolo zenitale in seconda posizione (C.D.)

Per misure speditive è invece possibile prima determinare il valore dello zenit strumentale, collimando nelle due posizioni coniugate un punto ben individuabile, e calcolando quindi la semisomma delle relative letture al cerchio verticale; tutte le letture successive, effettuate solo in posizione C.S., dovranno quindi essere corrette del valore dello zenit strumentale ricavato. Nelle stazioni totali è possibile apportare tale correzione automaticamente, visualizzando sul display (e quindi memorizzando) direttamente il valore dell'angolo zenitale corretto.

Esempi ed esercizi

1. Collimando un punto in posizione C.S. e quindi in posizione C.D. si sono effettuate le seguenti letture al cerchio verticale:

$$Z_{C.S.} = 77^g,8780 \quad Z_{C.D.} = 322^g,1375$$

Si determina il valore dell'angolo zenitale:

$$Z = \frac{77^g,8780 - 322^g,1375 + 400^g}{2} = 77^g,8702$$

2. Collimando un punto in posizione C.S. e quindi in posizione C.D. si sono effettuate le seguenti letture al cerchio verticale:

$$Z_{C.S.} = 122^g,2565 \quad Z_{C.D.} = 277^g,7535$$

Si determina il valore dello zenit strumentale e dell'angolo zenitale:

$$z = \frac{122^g,2565 + 277^g,7525 - 400^g}{2} = 0^g,0090$$

$$Z = \frac{122^g,2565 - 277^g,7525 + 400^g}{2} = 122^g,2520$$

3. Calcolare, dalle seguenti letture zenitali coniugate, il valore degli angoli zenitali relativi:

$$Z_{C.S.} = 119^g,4235 \quad Z_{C.D.} = 280^g,5815$$

$$(Z = 119^g,4210)$$

$$Z_{C.S.} = 76^g,5472 \quad Z_{C.D.} = 323^g,4598$$

$$(Z = 76^g,5437)$$

$$Z_{C.S.} = 124^g,4536 \quad Z_{C.D.} = 275^g,5494$$

$$(Z = 124^g,4521)$$

$$Z_{C.S.} = 130^g,5500 \quad Z_{C.D.} = 269^g,4560$$

$$(Z = 130^g,5470)$$

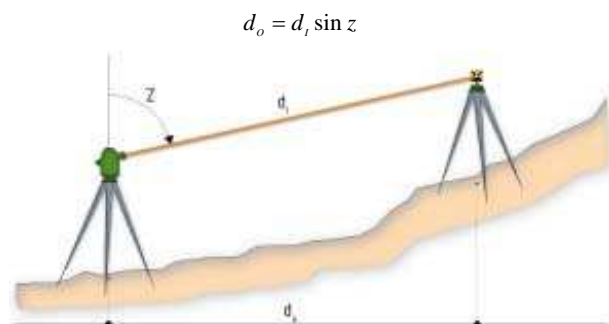
MISURA DELLE DISTANZE

Riduzione al piano locale

Per i rilievi a grande scala (situazione ordinaria nelle applicazioni architettoniche) si assume quale superficie di riferimento un piano locale, cioè un piano orizzontale con quota pari a quella media della zona in esame.

La distanza che viene misurata è la distanza inclinata, cioè la congiungente il centro dello strumento con il punto da misurare, o con il centro del segnale posizionato sul punto stesso.

Tale distanza è successivamente ridotta all'orizzontale tramite l'angolo zenitale relativo alla stessa direzione:



1. Riduzione della distanza inclinata all'orizzontale

Distanziometri elettromagnetici

Per la misura delle distanze è consolidato, da qualche decina d'anni, l'uso di distanziometri elettronici. Le caratteristiche fondamentali di un distanziometro sono la portata, variabile tra 500m e 2-3 km, e la precisione, variabile da $\pm 0,5\text{cm}$ a $\pm 1\text{cm}$.

I principi sottesi alla realizzazione dei vari modelli sono differenti, in funzione delle distanze che possono essere misurate.

I componenti principali del distanziometro possono essere schematizzati con:

- un emettitore (o generatore);
- un ricevitore;
- un discriminatore.

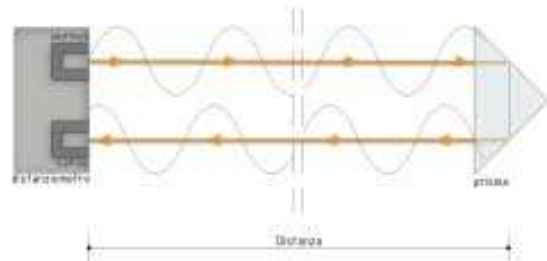
Il generatore emette una radiazione elettromagnetica nel campo dell'infrarosso, modulata in ampiezza, che

arriva ad un segnale riflettente posizionato sul punto da misurare e ritorna indietro al ricevitore.

La distanza percorsa dall'onda (dallo strumento al segnale e ritorno, cioè il doppio della distanza che si intende realmente determinare) è pari al numero di lunghezze d'onda percorse dalla radiazione, più una generica frazione di lunghezza d'onda dovuta allo sfasamento tra il segnale emesso e quello di ritorno. Il primo termine indica la differenza di fase tra

$$2D = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda + k\lambda$$

l'onda emessa e quella ricevuta, ed è valutato dal discriminatore (o comparatore) di fase.



2. Schema di funzionamento del distanziometro ad onde elettromagnetiche

Se la lunghezza dell'onda impiegata fosse maggiore di $2D$ è evidente che sarebbe sufficiente determinare lo sfasamento tra segnale emesso e ricevuto. Nel caso più generale, però, la distanza da misurare è maggiore di $\lambda/2$. E' quindi indispensabile valutare il numero intero di λ (ambiguità).

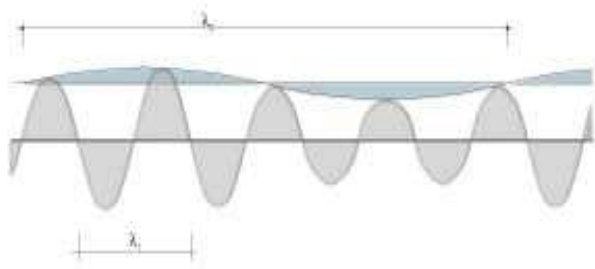
Per determinare l'ambiguità si possono adottare vari procedimenti, tra cui la tecnica detta delle frequenze multiple per decadi: dovendo misurare una distanza D , si emette un'onda con lunghezza d'onda $\lambda > 2D$, in modo che non ci sia un numero intero di λ ; successivamente si emettono una o più onde con λ più piccola, per definire con precisione crescente il valore precedentemente ottenuto.

Il discriminatore di fase può definire lo sfasamento con una precisione di circa 10^{-3} . Questo significa che per un distanziometro con portata 1km è necessario impiegare un'onda con λ_1 pari a 2km; la valutazione dello sfasamento potrà essere effettuata con un s.q.m. di $\pm 2\text{m}$ sulla distanza $2D$ e quindi definisce un s.q.m.

di $\pm 1\text{m}$ sulla distanza D . Impiegando solo questo segnale si raggiungerebbe dunque una precisione assolutamente insufficiente. Viene quindi emessa un'onda con $\lambda_2 = 10^{-3} \lambda_1$ (quindi $\lambda_2 = 20\text{m}$): in questo caso $2D$ è maggiore di L , ma non ha importanza perché il valore approssimato della distanza (e quindi l'ambiguità, riferita ad una qualsiasi λ) è ormai noto. Tramite il discriminatore si può quindi definire il primo termine dell'equazione sopra riportata con un s.q.m. di $\pm 2\text{cm}$ (s.q.m. sulla distanza di $\pm 1\text{cm}$). La distanza D si ottiene combinando le cifre valutate correttamente con le differenti lunghezze d'onda: nel caso esemplificato le centinaia e le decine di metri con λ_1 , i metri, decimetri e centimetri con λ_2 .

Modulazione in ampiezza delle onde e.m.

Come si è visto le lunghezze d'onda impiegate per la misura delle distanze topografiche devono essere dell'ordine di grandezza delle decine fino alle migliaia di metri. Per contro è necessario mantenere concentrata l'energia dell'onda emessa per poterne ricevere, riflessa dal segnale, una buona parte; ma le onde a bassa frequenza (e quindi con lunga λ) si disperdono sulle lunghe distanze più facilmente che non le onde ad alta frequenza (quindi con corta λ). Per concordare entrambe le esigenze si impiegano delle onde modulate in ampiezza: si emettono due onde, una ad alta frequenza, detta portante, con la funzione di trasportare l'energia mantenendola quanto più coerente, e una a bassa frequenza, detta modulante, analizzata dal discriminatore di fase. La funzione della modulazione in ampiezza è la più intuitiva, ma le onde e.m. possono essere modulate anche in frequenza o in polarizzazione.



2. Modulando onde con lunghezza d'onda molto corta (onda portante o modulata, λ_1) si possono ottenere onde con lunghezza d'onda notevolmente superiore (onda modulante, λ_2).

Riflettori

Posizionata la stazione totale sul primo estremo della distanza da misurare, sull'altro estremo deve essere messo un dispositivo riflettente, in grado di rinviare verso il distanziometro la maggior parte possibile dell'energia emessa. A questo scopo si impiegano *prismi retrodirettori*, la cui forma, corrispondente allo spigolo di un cubo, consente di rinviare l'onda incidente nella stessa direzione secondo cui è giunta. La dimensione del prisma influenza positivamente la portata del distanziometro, ma può risultare in alcuni casi poco maneggevole. Si ricorre quindi a prismi con diametro 50mm per il collegamento di vertici topografici; sono generalmente accoppiati a mire che ne facilitano la collimazione anche a grandi distanze e possono essere posizionati su un apposito supporto, collegabile alla basetta (che può essere messa in stazione in modo analogo allo strumento) o avvitati su una palina (e impiegati per esempio per un rilievo speditivo dell'andamento di un terreno).

Per il rilievo architettonico sono invece più comodi i *mini-prismi*, con diametro 2-3cm, facilmente posizionabili sui particolari da misurare.

Quando è necessario materializzare sull'edificio i punti oggetto di misura, per esempio perché compaiano nelle immagini da impiegare per un rilievo fotogrammetrico (per essere usati come punti d'appoggio per gli orientamenti), si può ricorrere a target catarifrangenti adesivi.



3. Esempi di riflettori: prisma riflettente con mira per basetta topografica e mini-prisma per il rilievo di dettaglio

Distanziometri ad impulsi

L'inizio della diffusione commerciale dei distanziometri ad impulsi è molto più recente dei distanziometri presentati sopra, e risale a 5-6 anni fa. Trovano applicazioni particolarmente vantaggiose nel rilievo architettonico-urbanistico perché non necessitano di un dispositivo riflettente: possono quindi essere impiegati anche per la misura di punti inaccessibili. Il principio di misura è teoricamente semplice: viene emesso un impulso di tipo laser, di cui si assume nota la velocità di propagazione ($v=2,9979 \cdot 10^8 \text{m/s}$), si misura il tempo impiegato per percorrere la distanza, che si ricava quindi dalla relazione

$$2D = v \cdot \Delta t$$

Il problema che è stato necessario risolvere per utilizzare questo metodo in campo topografico è costituito dalla determinazione dell'intervallo di tempo trascorso con sufficiente accuratezza.

Trascurando analisi più dettagliate, è evidente che un'incertezza anche "piccola" nella misura del tempo, a fronte di una velocità di propagazione pari a quella della luce, comporta precisioni inaccettabili nella determinazione della distanza. Un convertitore tempo-tensione consente di risolvere questo problema, raggiungendo precisioni nella misura della distanza dell'ordine del centimetro.